

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

THÈSE PRÉSENTÉE À
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE
À L'OBTENTION DU DOCTORAT EN GÉNIE
PH.D.

PAR
XIAOPING TU

CONTRIBUTION À LA MODÉLISATION ET À LA SIMULATION DE LA
MACHINE SYNCHRONE SOUMISE À DES DÉFAUTS INTERNES

MONTRÉAL, LE 23 FÉVRIER 2005

© droits réservés de Xiaoping Tu

CETTE THÈSE A ÉTÉ ÉVALUÉE
PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

M. Louis-A. Dessaint, directeur de thèse
Département de génie électrique à l'École de technologie supérieure

M. Kamal Al-Haddad, président du jury
Département de génie électrique à l'École de technologie supérieure

Mme Ouassima Akhrif, membre du jury
Département de génie électrique à l'École de technologie supérieure

M. Mohammed El-Kahel, membre externe
Power Environment de ALSTOM Canada Inc.

M. Alpha Oumar Barry, membre externe
Institut de recherche d'Hydro-Québec

IL A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC
EN 20 JANVIER 2005
À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

CONTRIBUTION À LA MODÉLISATION ET À LA SIMULATION DE LA MACHINE SYNCHRONE SOUMISE À DES DÉFAUTS INTERNES

Xiaoping Tu

SOMMAIRE

Les défauts internes dans les enroulements statoriques de la machine synchrone sont considérés très sévères car ils génèrent des courants élevés dans la machine dont les effets peuvent endommager les enroulements et parfois même les parties mécaniques de la machine telles que l'arbre et les paliers. Les modèles de simulation des défauts internes offrent un moyen commode et efficace pour étudier les comportements de la machine synchrone soumise à des défauts internes permettant d'évaluer les systèmes de surveillance et de protection. Le présent travail propose des méthodes de modélisation et de simulation des défauts internes de la machine synchrone.

Les défauts internes entraînent deux nouvelles problématiques. La première est liée au changement de la distribution d'enroulement et la seconde est le changement du nombre de phases (ou enroulements). Ces deux caractéristiques sont au centre de la modélisation des défauts internes et ne correspondent pas aux hypothèses simplificatrices de la théorie de Park.

Partant de l'hypothèse que la saturation magnétique est négligée et que la machine est considérée comme un système linéaire, cette thèse propose des solutions aux problématiques exposées précédemment. En s'appuyant sur la théorie de la fonction de bobinage, une nouvelle approche de détermination des inductances des enroulements à distribution arbitraire est proposée. Les ondes complètes de la fonction de bobinage des enroulements sont utilisées dans le calcul des inductances de la machine. Donc, toutes les harmoniques d'espace peuvent être prises en compte d'une façon simple. Deux expressions des inductances sont proposées : l'une utilise les paramètres géométriques de la machine, tandis que l'autre utilise les paramètres électriques de la machine. Les représentations d'état pour tous les types de défauts internes statoriques, soit les défauts entre phases et la terre, les défauts entre deux phases et les défauts entre deux bobines d'une même phase, sont présentées dans cette thèse.

En outre, un modèle simplifié de défauts internes de la machine synchrone utilisant uniquement les paramètres électriques est aussi présenté. La validation des modèles est effectuée par comparaison des résultats de simulation avec ceux obtenus par des essais sur une machine réelle.

SIMULATION AND MODELLING OF INTERNAL FAULTS IN SYNCHRONOUS MACHINE

Xiaoping Tu

ABSTRACT

The internal faults in the stator winding of the synchronous machine are considered serious as it causes severe damage to the windings and possibly to the shafts and couplings of the machine. The internal fault synchronous machine models permit a detailed analysis of a variety of situations and contingencies in a versatile and cost effective way. Therefore, it is very useful when designing a diagnostic and protection system. The purpose of this research is to develop a reliable and accurate synchronous machine model to calculate voltages and currents in the presence of internal faults.

Different from the external fault model which can be derived from the conventional Park theory, the internal fault model should consider two new problems: one is that the faulted windings are not sinusoidally distributed due to the breaking of the winding by the fault; the other is that the symmetry between the machine windings will no longer be present. Therefore, the conventional Park model is not suited to analyze internal faults.

Based on the winding function approach, a new approach to calculate the arbitrary electrical machine winding inductance is proposed in this thesis. This approach uses the original form of the winding function in calculation of the winding inductances. All the space harmonics produced by the faulted windings can be taken into account. Two expressions for calculating winding inductance have been developed: one uses the machine geometrical parameters and the other uses the machine electrical parameters. The state representations for all the types of internal faults are given.

One simplified synchronous machine internal faulted model using only the electrical parameters is also shown in the thesis.

The models are validated by comparing the results obtained from simulation with experimental waveforms.

REMERCIEMENTS

Le travail présenté dans cette thèse a été effectué à la chaire TransÉnergie du département de génie électrique de l'École de technologie supérieure à Montréal.

Toute ma reconnaissance va à mon directeur de thèse, Monsieur Louis-A. Dessaint, pour l'aide et le soutien qu'il m'a apportés durant la direction de mes travaux de recherche. Je lui adresse mes plus sincères remerciements pour la confiance et l'encouragement qu'il m'a accordés.

Je remercie également Monsieur Mohammed El-Kahel, ingénieur au Power Environment de ALSTOM Canada Inc. , Monsieur Alpha Oumar Barry, ingénieur au Laboratoire de simulation de réseau de l'Institut de recherche d'Hydro-Quebec, pour leurs aides professionnels durant mes travaux de recherche.

Je remercie aussi Monsieur Kamal Al-Haddad, et Madame Ouassima Akhrif, professeurs au département de génie électrique de l'ÉTS pour avoir accepté d'être parmi les membres du jury.

Je remercie Messieurs Larbi Ourari et Nicolas Fallati pour leur aide précieuse dans la correction et l'amélioration de la qualité du texte.

J'adresse mes vifs remerciements à tous les chercheurs et étudiants du laboratoire GRÉPCI pour leur aide, leur soutien et l'ambiance agréable qu'ils ont contribués à créer.

Finalement, je tiens à remercier mon épouse, Hongyan, qui m'a soutenu pendant mon séjour au Québec.

TABLE DES MATIÈRES

	Page
SOMMAIRE.....	i
ABSTRACT.....	ii
AVANT-PROPOS	iii
TABLE DES MATIÈRES	v
LISTE DES TABLEAUX	viii
LISTE DES FIGURES	ix
LISTE DES ABRÉVIATIONS ET DES SIGLES	xiii
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 REVUE DE LITTÉRATURE.....	7
1.1 Modélisation classique de la machine synchrone	7
1.2 Modélisation de défauts externes de la machine synchrone	9
1.3 Modélisation de défauts internes de la machine synchrone.....	10
1.4 Applications de l'approche de la fonction de bobinage.....	13
CHAPITRE 2 MODÈLE <i>abc</i> DE LA MACHINE SYNCHRONE	16
2.1 Modèle de base de la machine synchrone.....	16
2.2 Inductances du modèle de base de la machine synchrone	20
2.2.1 Inductances propres statoriques	21
2.2.2 Inductances mutuelles statoriques.....	23
2.2.3 Inductances propres et mutuelles rotoriques.....	24
2.2.4 Inductances mutuelles entre stator et rotor	25
2.2.5 Matrices d'inductance	26
2.3 Transformation de Park.....	27
2.4 Grandeurs relatives du rotor.....	29
2.5 Modèle <i>abc</i> de la machine synchrone en grandeurs relatives du rotor ...	35
2.6 Conclusion	40
CHAPITRE 3 MODÈLE SIMPLIFIÉ DES DÉFAUTS INTERNES DE LA MACHINE SYNCHRONE	41
3.1 Partitionnement d'un enroulement à distribution sinusoïdale	41
3.2 Inductance des sous-enroulements.....	45
3.3 Modèle de la machine à enroulements partitionnés.....	48

3.4	Représentations d'état de la machine à enroulements partitionnées sous les diverses conditions	52
3.5	Résultats de simulation en modèle simplifié des défauts internes	56
3.6	Conclusion	60
 CHAPITRE 4 CALCUL DES INDUCTANCES DES ENROULEMENTS À DISTRIBUTION ARBITRAIRE EN UTILISANT LES PARAMÈTRES GÉOMÉTRIQUES		
4.1	Harmonique d'espace d'enroulement en cas de défauts internes	61
4.1.1	Harmoniques d'espace d'enroulement dans la machine bipolaire	62
4.1.2	Harmoniques d'espace d'enroulement dans la machine multipolaire	65
4.2	Effet des harmoniques d'espace sur les inductances de la machine synchrone	70
4.2.1	Expressions des inductances de la machine synchrone bipolaire	70
4.2.2	Harmoniques des inductances de la machine synchrone bipolaire	76
4.3	Calcul des inductances des enroulements à distribution arbitraire	79
4.3.1	Fonction de bobinage d'un enroulement	80
4.3.2	Fonction de spires d'un enroulement	82
4.3.3	Expression des inductances des enroulements arbitraires	86
4.3.4	Variation de l'inverse de l'entrefer	90
4.4	Exemple de calcul des inductances par la nouvelle méthode	91
4.4.1	Inductances statoriques	92
4.4.2	Inductances mutuelles entre stator et rotor	101
4.5	Calcul des inductances de fuite des enroulements	104
4.6	Conclusion	107
 CHAPITRE 5 MODÉLISATION DES DÉFAUTS INTERNES DE MACHINE SYNCHRONE BASÉE SUR LES PARAMÈTRES ÉLECTRIQUES ET LE SCHÉMA DE BOBINAGE		
5.1	Calcul des inductances des enroulements arbitraires en utilisant les paramètres électriques	109
5.1.1	Expression générale	109
5.1.2	Expression des inductances statoriques en paramètres électriques	113
5.1.3	Expressions des inductances mutuelles entre le stator et le rotor en paramètres électriques	114
5.2	Exemple de calcul des inductances en utilisant les paramètres électriques	116
5.3	Modèles de la machine synchrone basés sur la distribution réelle des enroulements statoriques	117
5.3.1	Représentation d'état de la machine sous la condition normale	119
5.3.2	Défaut d'une phase mise à la terre	122
5.3.3	Défaut de deux phases mises à la terre	125
5.3.4	Court-circuit entre deux phases	128

5.3.5	Défaut de trois phases mises à la terre	132
5.3.6	Défaut entre deux bobines d'une phase	135
5.4	Conclusion	138
CHAPITRE 6 VALIDATION EXPÉRIMENTALE ET EXPOITATION		139
6.1	Banc d'essai	139
6.2	Validation.....	141
6.2.1	Condition Normale.....	141
6.2.2	Conditions des défauts internes	142
6.2.3	Validation du modèle de l'AFB en paramètres géométriques	146
CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS.....		151
ANNEXES		
1 :	Calcul des paramètres fondamentaux de la machine synchrone à partir des paramètres standards	155
2 :	Éléments des matrices d'inductance de la machine à enroulements partitionnés	158
3 :	Simulation des défauts internes de la machine synchrone à plusieurs parties parallèles par phase.....	167
BIBLIOGRAPHIE.....		172

LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau I	Paramètres standard d'une machine synchrone 37
Tableau II	Paramètres du modèle <i>abc</i> d'une machine synchrone 38
Tableau III	Enroulements partitionnés de la machine synchrone 48
Tableau IV	Amplitudes des premières harmoniques du courant I_{ufaut} lors d'un défaut de deux phases mises à la terre avec charge 149
Tableau V	Amplitudes des premières harmoniques du courant I_{ufaut} lors d'un défaut de trois phases mises à la terre avec charge 149

LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 1	Défaut d'une phase mise à la masse 11
Figure 2	Défaut d'un court-circuit entre deux phases 11
Figure 3	Défaut d'un court-circuit entre deux spires d'une même phase 11
Figure 4	Représentation schématique d'une machine asynchrone en modèle multi-enroulements 14
Figure 5	Représentation de la machine synchrone par les enroulements rotoriques et statoriques 18
Figure 6	Variation de la perméance en fonction de la position du rotor selon le modèle de Park..... 21
Figure 7	Décomposition de la f.m.m. de la phase α selon l'axe d et l'axe q 22
Figure 8	Réponse de machine à la variation du couple mécanique..... 39
Figure 9	(a) Enroulement équivalent à distribution sinusoïdale; (b) Sous-enroulements majeur w_1 et mineur w_2 42
Figure 10	(a) Distribution de spires de l'enroulement équivalent; (b) Distribution de la f.m.m. de l'enroulement équivalent 43
Figure 11	Distribution de la f.m.m. du sous-enroulement majeur 44
Figure 12	Axes magnétiques des sous-enroulements..... 46
Figure 13	Représentation de la machine synchrone par 9 enroulements 49
Figure 14	Processus de simulation 57
Figure 15	Courants simulés de la machine synchrone lors d'un défaut d'une phase mise à la terre par le modèle simplifié..... 58
Figure 16	Courants simulés de la machine synchrone lors d'un défaut de deux phases mises à la terre par le modèle simplifié..... 59
Figure 17	(a) Ligne de champ d'une bobine à pas diamétral; (b) F.m.m. créée par cette bobine 62
Figure 18	Décomposition en série de Fourier de la f.m.m. d'une bobine à pas diamétral 63

Figure 19	Répartition de la f.m.m. d'une bobine à pas raccourci	64
Figure 20	(a) Lignes de champ d'un enroulement réparti à 4 pôles; (b) F.m.m. créée par cet enroulement	65
Figure 21	Répartition de la f.m.m. d'une bobine à pas diamétral de la machine à 4 pôles	68
Figure 22	Fonction de bobinage d'une bobine élémentaire	81
Figure 23	Fonction de bobinage d'un enroulement réparti	82
Figure 24	Fonction de spires d'une bobine élémentaire.....	83
Figure 25	Fonction de spires d'un enroulement réparti	84
Figure 26	Machine élémentaire à pôles saillants équipée de deux bobines élémentaires	86
Figure 27	(a) Fonction de bobinage de la bobine a ; (b) Fonction de spires de la bobine b	88
Figure 28	Variation de l'entrefer d'une machine à pôles saillants.....	91
Figure 29	Schéma de l'arrangement des enroulements avec la connexion de la phase U montrée	92
Figure 30	Schéma de la connexion des enroulements de la phase U	93
Figure 31	Position des bobines de la phase U dans le plan du stator	93
Figure 32	Fonction de bobinage (ou fonction de spires) de la phase U	94
Figure 33	(a) Schéma de bobinage de la demi-phase U_{12} ; (b) fonction de spires de la demi-phase U_{12} ; (c) fonction de bobinage de la demi-phase U_{12} ..	95
Figure 34	(a) Schéma de bobinage de la demi-phase U_{56} ; (b) fonction de spires de la demi-phase U_{56} ; (c) fonction de bobinage de la demi-phase U_{56} ..	96
Figure 35	Harmoniques d'espace de la fonction de bobinage de la phase complète.....	97
Figure 36	Harmoniques d'espace de la fonction de bobinage de la demi-phase ...	97
Figure 37	Inductance propre de la phase complète U	99
Figure 38	Inductance des demi-phases. (a) Inductance propre de la demi-phase U_{12} ; (b) Inductance propre de la demi-phase U_{56} ; (c) Inductance mutuelle entre deux demi-phases.....	100

Figure 39	Comparaison de l'inductance équivalente avec celle de la phase complète.....	100
Figure 40	Fonction de bobinage de l'inducteur.....	101
Figure 41	Produit de la fonction de bobinage de l'inducteur et l'inverse de l'entrefer.....	102
Figure 42	(a) Inductance mutuelle entre la phase U et l'inducteur fd ; (b) Inductance mutuelle entre la demi-phase U_{12} et l'inducteur fd ; (c) Inductance mutuelle entre demi-phase U_{56} et l'inducteur fd	103
Figure 43	Lignes de champ et distribution du flux de fuite d'encoche	105
Figure 44	Flux de fuite des têtes de bobines	107
Figure 45	Variation de l'inverse d'entrefer en fonction de la position du rotor ..	110
Figure 46	(a) Inductance propre de la demi-phase U_{12} ; (b) Inductance propre de la demi-phase U_{56} ; (c) Inductance mutuelle entre deux demi-phases.....	116
Figure 47	(a) Inductance mutuelle entre la demi-phase U_{12} et l'inducteur fd ; (b) Inductance mutuelle entre la demi-phase U_{56} et l'inducteur fd	117
Figure 48	Connexion de la machine sous la condition normale.....	119
Figure 49	Connexion de la machine lors d'une phase mise à la terre	122
Figure 50	Connexion de la machine lors de deux phases mises à la terre	125
Figure 51	Connexion de la machine lors d'un défaut entre deux phases	129
Figure 52	Connexion de la machine lors des trois phases mises à la terre.....	132
Figure 53	Connexion de la machine lors d'un défaut entre deux bobines d'une phase	136
Figure 54	Diagramme d'un système de puissance implanté dans le laboratoire.	140
Figure 55	Tension et courant d'une phase alors de la machine mise à la charge.	142
Figure 56	Courant statorique lors d'un défaut d'une phase mise à la terre sans charge.....	143
Figure 57	Courant statorique lors d'un défaut entre deux phases sans charge.....	143
Figure 58	Courant statorique lors d'un défaut d'une phase mise à la terre avec charge.....	144

Figure 59	Courant statorique lors d'un défaut de trois phases mises à la terre avec charge.....	145
Figure 60	Courant statorique lors d'un défaut de deux phases mises à la terre avec charge en modèle de l'AFB avec paramètres géométriques (PG).....	147
Figure 61	Courant statorique lors d'un défaut de trois phases mises à la terre avec charge en modèle de l'AFB avec paramètres géométriques (PG).....	148
Figure 62	Défaut de mise à la terre dans une machine synchrone à 4 parties parallèles par phase	168
Figure 63	Courants i_{a11} et i_{a12} de la partie défectueuse et courant de mise à la terre i_f	169
Figure 64	Courants i_{a2} , i_{a3} et i_{a4} des parties saines de la phase a	169
Figure 65	Courants des parties parallèles de la phase b	170
Figure 66	Courants des parties parallèles de la phase c	170

LISTE DES ABRÉVIATIONS ET DES SIGLES

AFB	approche de la fonction de bobinage																
abc	grandeurs de phase (a = phase a, b = phase b, c = phase c)																
dq0	axes du référentiel tournant avec le rotor (d = direct, q = quadrature, 0 = homopolaire)																
B	Intensité de champs magnétique, A/m																
e	tension de phase du bus infini, V ou p.u.																
f	fréquence, Hz ou p.u.																
F	force magnétomotrice, spire. Indices utilisés : <table style="margin-left: 40px;"> <tr> <td>a, b, c</td><td>grandeur de phase a, b ou c</td></tr> <tr> <td>d, q</td><td>grandeur statorique d'axe d ou q</td></tr> <tr> <td>fd</td><td>grandeur rotorique, enroulement inducteur axe d</td></tr> <tr> <td>kd</td><td>grandeur rotorique, enroulement amortisseur axe d</td></tr> <tr> <td>kq</td><td>grandeur rotorique, enroulement amortisseur axe q</td></tr> <tr> <td>l</td><td>grandeur de fuite</td></tr> <tr> <td>r</td><td>grandeur rotorique</td></tr> <tr> <td>s</td><td>grandeur statorique</td></tr> </table>	a, b, c	grandeur de phase a, b ou c	d, q	grandeur statorique d'axe d ou q	fd	grandeur rotorique, enroulement inducteur axe d	kd	grandeur rotorique, enroulement amortisseur axe d	kq	grandeur rotorique, enroulement amortisseur axe q	l	grandeur de fuite	r	grandeur rotorique	s	grandeur statorique
a, b, c	grandeur de phase a, b ou c																
d, q	grandeur statorique d'axe d ou q																
fd	grandeur rotorique, enroulement inducteur axe d																
kd	grandeur rotorique, enroulement amortisseur axe d																
kq	grandeur rotorique, enroulement amortisseur axe q																
l	grandeur de fuite																
r	grandeur rotorique																
s	grandeur statorique																
g	épaisseur de l'entrefer, m																
H	constante d'inertie, s																
i ou I	courant électrique, A ou p.u. (mêmes indices que ceux de la force magnétomotrice)																
k	facteur de bobinage																
K_M	coefficient géométrique de la machine																
l	longueur de fer du stator																
L	inductance, H ou p.u. (mêmes indices que ceux de la force magnétomotrice)																
L_e	inductance de ligne de transmission, Ω ou p.u.																
L_g	inductance de neutre, Ω ou p.u.																

n	fonction de spires, spire (mêmes indices que ceux de la force magnétomotrice)
N	fonction de bobinage, spire (mêmes indices que ceux de la force magnétomotrice)
p	nombre de paires de pôles
P	perméance
P	matrice de transformation de Park
r	rayon moyen de l'entrefer, m
R	résistance, Ω ou p.u. (mêmes indices que ceux de la force magnétomotrice)
R_e	résistance de ligne de transmission, Ω ou p.u.
R_g	résistance de neutre, Ω ou p.u.
R_a	résistance statorique d'une phase, Ω ou p.u.
t	temps, s
T_m	couple mécanique, N.m ou p.u.
T_e	couple électrique, N.m ou p.u.
T_d', T_q'	constantes de temps transitoires d'axe d et q, respectivement, s
T_d'', T_q''	constantes de temps sous-transitoires d'axe d et q, respectivement, s
v ou V	tension, V ou p.u. (mêmes indices que ceux de la force magnétomotrice)
w	nombre de spires, spire (mêmes indices que ceux de la force magnétomotrice)
X	réactance, Ω ou p.u. (mêmes indices que ceux de la force magnétomotrice)
X_d, X_q	réactances synchrones d'axe d et q, respectivement, Ω ou p.u.
X_{md}, X_{mq}	réactances synchrones de magnétisation d'axe d et q, respectivement, Ω ou p.u.
X_d', X_q'	réactances transitoires d'axe d et q, respectivement, Ω ou p.u.
X_d'', X_q''	réactances sous-transitoires d'axe d et q, respectivement, Ω ou p.u.
λ	flux magnétique, V.s ou p.u. (même indices que force magnétomotrice)
ω	vitesse angulaire mécanique, rad/s
ω_m	vitesse angulaire électrique, rad/s

φ	angle mécanique dans la référence statorique, degrés ou radian
φ_e	angle électrique dans la référence statorique, degrés ou radian
θ	position angulaire mécanique du rotor, degrés ou radian
θ_e	position angulaire électrique du rotor, degrés ou radian
θ_e	position angulaire électrique du rotor, degrés ou radian
τ	pas angulaire mécanique de la bobine, degrés ou radian
τ_e	pas angulaire électrique de la bobine, degrés ou radian
γ	angle de l'axe magnétique, degrés ou radian
δ	amplitude des harmoniques de l'inverse de l'entrefer, m^{-1}

INTRODUCTION

Avec l'augmentation de la consommation de l'énergie électrique dans tous les domaines, la fiabilité des équipements électriques devient un enjeu très important. Dans un réseau électrique constitué de générateurs, moteurs, transformateurs, lignes de transport et autres équipements électriques, il existe toujours une possibilité d'avoir un défaut. Les défauts sont généralement causés par la rupture des conducteurs ou la perte d'isolation. Les autres causes de défauts découlent des accidents ou de pressions internes et externes excessives.

Parmi tous les équipements du réseau électrique, les générateurs d'électricité sont sans doute les équipements les plus importants et les plus coûteux. Leur état d'opération affecte directement la stabilité du réseau. La panne d'un générateur crée une perturbation au réseau local qui peut causer une interruption d'alimentation. La perte de production des générateurs représente aussi une perte de revenu pour les producteurs d'électricité. Donc, plusieurs techniques dans le domaine de la protection des générateurs ont été développées pour assurer leur bon fonctionnement (Henderson, Lothian, & Priest, 1998; Pollock & Lyles, 1992). Elles consistent par exemple en la mesure de vibration, d'excentricité du rotor, de température des bobinages stator et rotor et de courant.

Pour mieux protéger les générateurs et diminuer les fréquences de panne du système générateur, le concept de maintenance préventive est de plus en plus introduit. Différant de la maintenance "Break-down", la maintenance préventive est conçue pour éviter le "Break-down" des générateurs dès qu'un défaut se produit. Les programmes incluent les techniques spéciales de maintenance préventive comme la correction ou la maintenance en ligne. La maintenance préventive applique des techniques de mesure non destructrices pour prédire le taux d'usure, l'état de détérioration ou même la panne imminente des équipements. Les étapes de maintenance préventive comportent (Vas, 1993) : (a) la détection du défaut, soit déterminer la présence d'une variation du

comportement du générateur; (b) l'isolation du défaut, soit déterminer la localisation du défaut; (c) le remède, soit prendre des actions correctives. Autrement dit, la maintenance préventive requiert des systèmes d'ordinateur de surveillance, diagnostique ou de détection de la variance des paramètres du générateur. Pour réaliser un tel système de surveillance et de diagnostique, une base de données sur les comportements du générateur sous conditions de défauts est nécessaire. Sans ces données, il est impossible de déterminer l'état de fonctionnement du générateur.

En général, deux types de défauts peuvent être distingués selon leurs origines (*Techniques de l'ingénieur*, 1999) :

- 1) Les défauts externes, dont la source est localisée en dehors de la génératrice, mais dont les conséquences peuvent entraîner des dégradations dans celle-ci. Les défauts externes pouvant affecter le système électrique sont de différentes natures : les courts-circuits monophasés ou polyphasés aux bornes de la génératrice, les déséquilibres entre la production et la consommation, les pertes de synchronisme, les courants déséquilibrés, les baisses de tension et les surtensions, etc.
- 2) Les défauts internes, dont la source est une avarie d'un composant de la génératrice, sont généralement désignés par des courts-circuits dans les enroulements de la machine, soit entre une, deux ou trois phases et la masse, soit entre deux phases ou même entre deux bobines d'une même phase.

La littérature sur les protections contre les défauts externes est vaste (Clark & Feltes, 1989; Han & Song, 2003). Les comportements des générateurs sous les défauts externes peuvent être aisément étudiés en utilisant les modèles existants dans les logiciels bien connus, comme par exemple, EMTP (Electromagnetic Transient Program) (Dommel, 1992), EMTDC (Electromagnetic Transient Program Including DC Systems) (*PSCAD/EMTDC Manual*, 1994) et SimPowerSystems (*Power System Blockset For Use*

with Simulink, 2000). En revanche, les études sur les comportements des générateurs sous les conditions de défauts internes ne sont pas bien développées, bien que les conséquences des défauts internes puissent être plus graves.

Les comportements des générateurs sous conditions de défaut interne, comme les variations de tension, courant, fréquence, puissance, etc., peuvent être déterminés par des essais ou par analyse. La dernière méthode est plus flexible et moins coûteuse car elle permet une analyse détaillée des générateurs sous des conditions variées. Cependant, cette méthode analytique requiert un modèle fiable et précis représentant les générateurs sous ces conditions.

Dans l'analyse classique des machines électriques, les enroulements des machines sont généralement considérés à distribution sinusoïdale et symétrique. Le modèle de *Park* est basé sur cette hypothèse simplificatrice. Tous les modèles mathématiques des machines synchrones sont issus de ce modèle classique, d'une manière ou d'une autre ou d'une extension du modèle de Park (Barret, 1982; Lesenne, Notelet, & Séguier, 1981). Sous conditions de défauts externes où la distribution des enroulements des générateurs n'est pas affectée, le modèle de *Park* reste valide. La simulation des défauts externes peut être réalisée simplement par le changement des contraintes externes des modèles classiques. Mais, sous condition de défauts internes, il apparaît une nouvelle problématique liée principalement au changement de la connexion à l'intérieur des enroulements. À cause de ce changement, des courants différents pourraient circuler dans la phase défectueuse. Donc, la phase défectueuse ne peut pas être considérée comme un enroulement unitaire comme dans les conditions normales. Le nombre de phases (ou enroulements) n'est pas fixé à trois, il varie suivant le type de défauts. De plus, la distribution des enroulements de la phase défectueuse devient non sinusoïdale du fait que la phase est divisée en deux enroulements au niveau du défaut. Ces deux caractéristiques sont au centre de la problématique de la modélisation des défauts internes et ne correspondent pas aux hypothèses simplificatrices de la théorie de Park. Parmi ces deux problématiques, le

calcul des inductances des enroulements défectueux est la clé de la modélisation de la machine synchrone lors de défauts internes.

Quelques travaux antérieurs, effectués par d'autres chercheurs (Kinitsky, 1968; Megahed & Malik, 1998; Muthumuni et al, 2001), proposent des solutions aux problèmes du partitionnement des enroulements et du calcul des inductances des enroulements défectueux. Certains proposent des modèles assez simples en supposant le ratio des inductances des enroulements défectueux égal au ratio du nombre effectif de spires des enroulements. Mais en réalité, des harmoniques d'espace créées par l'asymétrie des enroulements défectueux rendent cette relation invalide. Par ailleurs, d'autres travaux (Wang et al, 2002) proposent des approches plutôt compliquées et difficilement réalisables. Ceux-ci divisent les enroulements par bobines élémentaires et calculent les inductances de la machine bobine par bobine.

Le présent travail propose donc, à l'instar des travaux antérieurs réalisés sur le sujet, les méthodes de modélisation et de simulation des défauts internes des machines synchrones. Partant de l'hypothèse que la saturation magnétique est négligée et que la machine est considérée comme un système linéaire, on propose des solutions aux problématiques exposées précédemment. Premièrement, en s'appuyant sur la théorie de la fonction de bobinage (« Winding Function Theory » dans la littérature anglophone), une nouvelle méthode de détermination des inductances des enroulements à distribution arbitraire est proposée, dans laquelle les ondes complètes de la fonction de bobinage sont utilisées. Donc, toutes les harmoniques d'espace peuvent être considérés d'une façon simple. Deuxièmement, en négligeant les harmoniques supérieures de l'inverse de l'entrefer, le calcul des inductances est simplifié par l'utilisation des paramètres électriques du modèle $dq0$ de la machine, les plus faciles à obtenir. En même temps, la modélisation des enroulements d'amortisseur peut être réalisée également grâce à l'utilisation des paramètres électriques.

Les objets de cette thèse sont :

- Établir un modèle de la machine synchrone en grandeur de phase dans un référentiel fixe (modèle *abc*). Les paramètres électriques dans le référentiel *dq0* fournis par le fabricant sont convertis en ceux requis par le modèle *abc*.
- Développer un modèle simplifié des défauts internes de la machine synchrone en utilisant les paramètres électriques. Ce modèle est basé sur la technique de partitionnement des enroulements statoriques.
- Développer une théorie de calcul des inductances des enroulements à distribution arbitraire en utilisant les paramètres géométriques de la machine. Les harmoniques d'espace peuvent facilement être considérés dans le calcul des inductances.
- Développer un modèle mathématique de défauts internes en considérant la distribution réelle des enroulements de la machine synchrone. Les paramètres électriques de la machine synchrone sont utilisés dans ce modèle pour éviter l'utilisation des paramètres géométriques qui sont difficiles à obtenir.
- Valider les résultats de simulation par expérimentation.

En proposant une revue de la littérature sur les modèles classiques de la machine synchrone, sur les travaux antérieurs se rattachant à la modélisation des défauts internes et sur l'application de l'approche de la fonction de bobinage dans l'analyse des machines asynchrones, le chapitre 1 a pour but de faire le lien entre le présent travail et les travaux antérieurs réalisés sur le sujet. Le chapitre 2 reprend le modèle *abc* de la machine synchrone, sans la transformation de Park, par conversion des paramètres électriques dans le référentiel *dq0* à ceux du modèle *abc*. Basé sur une technique de partitionnement des enroulements, le chapitre 3 propose un modèle simplifié de défauts internes qui peut être facilement implanté. En commençant par l'analyse des harmoniques d'espace créées par le défaut interne, le chapitre 4 propose une nouvelle méthode de calcul de l'inductance des enroulements arbitraires qui utilise les paramètres géométriques de la

machine. Le chapitre 5 simplifie le calcul des inductances en remplaçant les paramètres géométriques par les paramètres électriques de la machine. La représentation d'état pour tous les types de défauts internes dans les enroulements statoriques est présentée. Dans le chapitre 6, la validation des résultats de simulation des trois modèles est faite par comparaison avec des résultats expérimentaux. Finalement, la thèse se termine par une conclusion et quelques recommandations.

Cette thèse fournit les des contributions originales suivantes :

- Développement d'un modèle *abc* de la machine synchrone basé sur les paramètres électriques de la machine dans le référentiel *dq0*.
- Démonstration de la présence des sous-harmoniques aux cas de défauts internes et de la limitation des approches de calcul des inductances basées sur série de Fourier.
- Développement d'un algorithme de calcul des inductances des enroulements à distribution arbitraire en utilisant les paramètres géométriques de la machine synchrone. Les harmoniques d'espace créées par les enroulements peuvent aisément être prises en compte dans le calcul des inductances.
- Développement d'un algorithme de calcul des inductances des enroulements à distribution arbitraire en utilisant les paramètres électriques de la machine synchrone.
- Développement de la représentation d'état de la machine synchrone qui peut simuler tous les types des défauts internes dans les enroulements statoriques.
- Validation expérimentale des modèles des défauts internes dans différentes situations de défaut.

CHAPITRE 1

REVUE DE LA LITTÉRATURE

Le but de notre étude est de développer un modèle mathématique approprié de la machine synchrone sous diverses conditions de défauts internes, aussi bien en régime permanent qu'en régime transitoire. Les travaux antérieurs réalisés sur la modélisation de la machine synchrone dans les conditions normales et anormales sont examinés dans ce chapitre. En plus, du fait que l'approche de fonction de bobinage est très efficace pour la modélisation des défauts de la machine asynchrone, ses applications dans ce domaine seront aussi présentées.

1.1 Modélisation classique de la machine synchrone

Dans la littérature, la modélisation de la machine synchrone est réalisée par deux approches :

- 1) L'une est numérique et utilise la méthode des éléments finis (Benbouzid et al, 1993; Karmaker, 2000; Salon, 2000; Shima et al, 2002). Elle permet de résoudre numériquement les équations générales de l'électromagnétisme par maillage de la machine. À partir de ces éléments, on détermine la valeur du champ magnétique propre à chaque élément qui représente les phénomènes physiques de l'élément. Cette méthode requiert un temps de calcul assez long pour un objet électromagnétique aussi complexe que la machine synchrone;
- 2) L'autre dite analytique est basée sur l'analyse des différents phénomènes physiques de la machine pour en déduire les équations électromécaniques. L'étude des caractéristiques dynamiques de la machine synchrone par cette méthode a réellement débuté avec le développement de la théorie généralisée de Park de la machines synchrone (Park, 1929).

La modélisation par éléments finis demeure la plus précise. Cependant, le temps de calcul requis par cette approche est prohibitif dans un contexte de commande de machines électriques ou dans un contexte où le temps de simulation est limité. Généralement, la méthode par éléments finis est utilisée lors d'un dimensionnement, d'une estimation de paramètres de la machine ou bien comme une référence pour valider les autres modèles.

La plupart des travaux sur la modélisation de la machine synchrone sont basées sur la théorie de Park. Par le modèle classique, on désigne tout modèle mathématique linéaire issu, d'une manière ou d'une autre, d'une extension de la théorie de Park. L'étude des machines électriques à partir du modèle classique a déjà été longuement traitée dans plusieurs ouvrages et publications spécialisées (Adkins & Harley, 1975; Barret, 1982; Chatelain, 1983; Krause, Wasynczuk, & Sudhoff, 2002; Kundur et al, 1994; Nasar & Boldea, 1993). Les hypothèses simplificatrices suivantes inhérentes à l'étude des machines synchrones dans la théorie de Park sont admises :

- 1) Seule la première harmonique d'espace de la distribution de force magnétomotrice (f.m.m.) créée par chaque phase de l'induit est prise en compte. Ceci implique que les enroulements des phases statoriques peuvent être considérés à distribution sinusoïdale.
- 2) La perméabilité de la machine est constante. Ceci suppose que le circuit est parfaitement linéaire. La saturation magnétique est négligée. Cette hypothèse permet de considérer que les flux sont des fonctions linéaires simples des courants. La saturation magnétique est prise en compte par la suite dans les programmes de simulation en modifiant les réactances de magnétisation x_{md} et x_{mq} des modèles de Park obtenus (Adkins & Harley, 1975; Barret, 1982; Chatelain, 1983; Krause et al., 2002; Kundur et al, 1994; Nasar & Boldea, 1993).
- 3) Les circuits magnétiques sont laminés, ce qui permet de considérer que seuls les enroulements (inducteurs, induit, amortisseurs) sont parcourus par des courants.

L'effet des courants de Foucault peut être pris en compte ultérieurement par l'addition de quelques circuits rotoriques fictifs dans le modèle de Park (Kundur et al, 1994).

- 4) L'ensemble des amortisseurs peut être représenté par des enroulements fermés en court-circuit sur eux-mêmes. Quelques-uns s'appellent les amortisseurs sur l'axe direct, les autres s'appellent les amortisseurs sur l'axe en quadrature. Le nombre des amortisseurs est déterminé par le type du rotor et par la bande de fréquence d'opération (Kamwa et al, 1991).

Avec ces conditions, la machine peut être modélisée par des circuits électriques à paramètres localisés, constitués des éléments linéaires que sont les inductances et les résistances. Évidemment, cette approche est nécessairement approximative. Toutefois, sa simplicité et sa capacité à interpréter les grandeurs physiques font d'elle un outil privilégié pour développer des modèles plus riches. Les paramètres de la machine synchrone du modèle de Park peuvent être identifiés par les méthodes expérimentales, dont l'essai en court-circuit triphasé (IEEE Std-115, 1983) ou les essais de réponse en fréquence à l'arrêt (Dandeno et al, 1999).

1.2 Modélisation de défauts externes de la machine synchrone

Le modèle de Park rend assez aisé l'étude des régimes permanents et des régimes transitoires pour les défauts externes symétriques car dans ce cas il y a conservation de la symétrie de la distribution des enroulements statoriques. L'étude des défauts externes déséquilibrés requiert plus de transformation des équations du modèle de Park (Hancock, 1974). Dans ce cas, le modèle $\alpha\beta 0$ de la machine est plus pratique à utiliser. Le modèle $\alpha\beta 0$ conduit à des équations différentielles avec des coefficients variables. Une solution approximative a été présentée (Hwang, 1965). Dans le modèle $\alpha\beta 0$, les équations deviennent non linéaires si la variation de la vitesse est prise en compte.

Quand une analyse précise est demandée, on doit avoir recours aux méthodes numériques pour trouver la solution.

Au fur et à mesure de l'avancement de la technologie informatique, des méthodes numériques pouvant résoudre les équations différentielles sont développées et deviennent très efficaces. Dans ce contexte, le modèle en grandeurs de phase (modèle *abc*) est utilisé pour une étude plus approfondie des performances de la machine synchrone (Krause et al., 2002; Subramaniam & Malik, 1971). Ce modèle décrit la machine dans le référentiel physique et de fournir directement les grandeurs de phase. Donc, il est plus avantage d'utiliser ce modèle pour la simulation le fonctionnement de la machine sur redresseurs ou des défauts externes déséquilibrés car les éléments externes n'ont pas besoin d'être transformé dans le référentiel $dq0$. L'effet de la saturation magnétique peut être également intégré dans ce modèle (Abdel-Halim & Manning, 1990; Manning & Halim, 1988).

1.3 Modélisation de défauts internes de la machine synchrone

Les défauts internes sont généralement considérés comme étant des courts-circuits dans les enroulements statoriques de la machine, soit entre phases (une, deux et trois phases) et la terre, soit entre deux phases, ou même entre deux bobines d'une même phase. Les différents types de défauts internes sont illustrés par les figures 1~3. La modélisation des défauts internes a pour but de trouver la représentation mathématique qui permet de calculer les courants et les tensions de la machine dans ces divers cas.

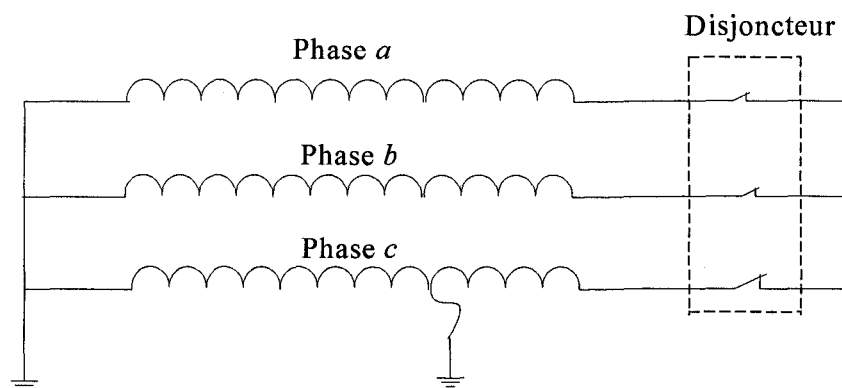


Figure 1 Défaut d'une phase mise à la masse

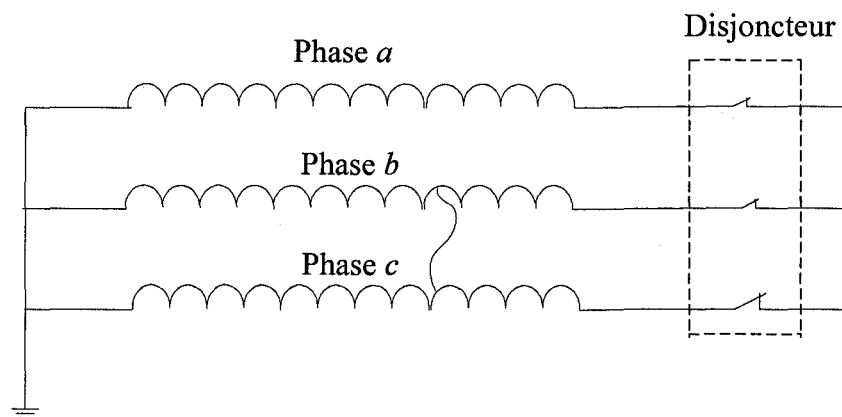


Figure 2 Défaut d'un court-circuit entre deux phases

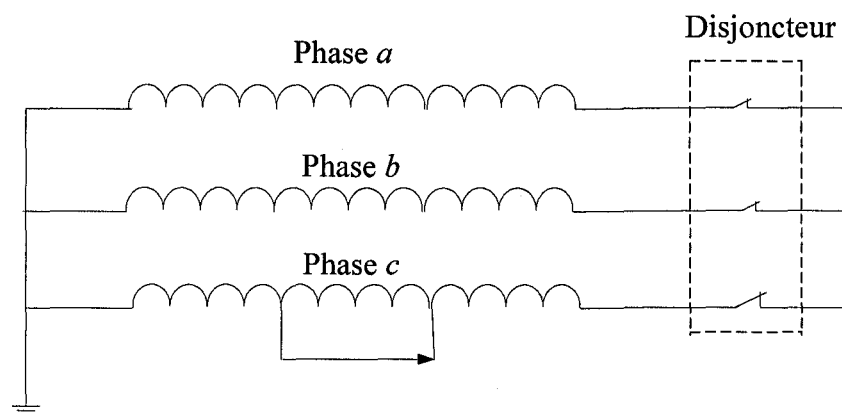


Figure 3 Défaut d'un court-circuit entre deux bobines d'une même phase

Dans la littérature, peu de publications couvrent l'analyse des défauts internes de la machine synchrone. Les approches utilisées sont résumées ci-après :

- 1) Méthode de composantes symétriques - Comme dans l'analyse d'un système triphasé déséquilibré de grandeur sinusoïdale, la machine synchrone défectueuse peut être représentée par un circuit équivalent qui est la superposition de trois composantes symétriques (Kinitzky, 1968). Les harmoniques d'espace fondamentale et d'ordre trois sont considérées dans ce modèle. Mais un défaut interne pourrait créer toutes les harmoniques, donc il existe une certaine erreur dans le calcul des courants.
- 2) Théorie de multi-boucles - La machine synchrone est considérée comme un circuit électrique constitué par des boucles (Wang et al., 2002). Le calcul de l'inductance de la boucle est réalisé bobine par bobine, donc les harmoniques d'espace peuvent être prises en compte. Mais la difficulté dans le calcul des inductances des boucles empêche la généralisation de cette approche à l'analyse des divers types de machines, qui peuvent comprendre de nombreuses barres ou bobines au stator et au rotor.
- 3) Modèle en grandeurs de phase (Modèle *abc*) - C'est une extension de l'analyse des défauts externes de la machine synchrone. Basés sur le modèle en grandeurs de phase, trois modèles sont publiés. Dans le modèle proposé par Megahed (Megahed & Malik, 1998), l'inductance mutuelle des enroulements de la machine est calculée par le ratio du nombre effectif des enroulements, ce qui est uniquement valide lorsque la distribution de l'enroulement est sinusoïdale ou concentrée. Le modèle proposé par Muthumuni (Muthumuni, McLaren, Dirks, & Pathirana, 2001) améliore les travaux de Megahed, en tenant compte de l'emplacement réel des conducteurs au stator. Mais l'inexactitude dans le calcul des inductances des enroulements défectueux existe toujours parce qu'il considère uniquement l'harmonique fondamentale dans l'entrefer. En utilisant une technique de partitionnement d'enroulement, Reichmeider (Reichmeider et

al, 2000) analyse les défauts internes d'une machine équipée d'enroulements à distribution sinusoïdale. Ce modèle est très simple et peut être facilement intégré dans les logiciels de simulation. Un modèle simplifié des défauts internes basé sur les travaux de Reichmeider est présenté dans ce document. Mais en pratique, les enroulements statoriques avec défauts internes ne sont jamais à distribution sinusoïdale. Aussi, l'analyse des défauts internes de la machine à plusieurs parties parallèles est difficile à réaliser avec cette approche.

1.4 Applications de l'approche de la fonction de bobinage

Le calcul précis des inductances des enroulements défectueux est la base de la modélisation des défauts internes de la machine synchrone. Les harmoniques d'espace créées par l'enroulement défectueux doivent être considérées dans le calcul d'inductance. D'après la théorie de la fonction de bobinage, l'inductance mutuelle entre deux enroulements arbitraires de la machine électrique peut être calculée par (Luo et al, 1995) :

$$L_{BA} = \mu_0 r l \int_0^{2\pi} N_B(\varphi, \theta) N_A(\varphi, \theta) g^{-1}(\varphi, \theta) d\varphi \quad (2.1)$$

Où l est la longueur axiale de la machine, r est le rayon moyen de l'entrefer, $g^{-1}(\varphi, \theta)$ est l'inverse de l'entrefer (constante pour un entrefer uniforme). L'angle φ est la position angulaire le long du stator et l'angle θ est la position angulaire du rotor. $N_A(\varphi, \theta)$, $N_B(\varphi, \theta)$ sont les fonctions de bobinage des enroulements A et B respectivement. La fonction de bobinage d'un enroulement représente la force magnétomotrice (f.m.m.) dans l'entrefer créée par un courant unitaire circulant dans cet enroulement. Donc, elle contient toutes les harmoniques d'espace créées par cet enroulement.

Basé sur l'approche de la fonction de bobinage (AFB), un modèle multi-enroulements de la machine asynchrone à cage d'écureuil est proposé (Luo et al., 1995). Ce modèle

représente le rotor comme étant constitué d'autant de phases que de barres (Figure 4). Les courants circulant dans les portions d'anneau de court-circuit sont considérés comme les courants de phase rotoriques. Donc, les valeurs réelles des courants circulant dans les barres rotoriques peuvent être connues.

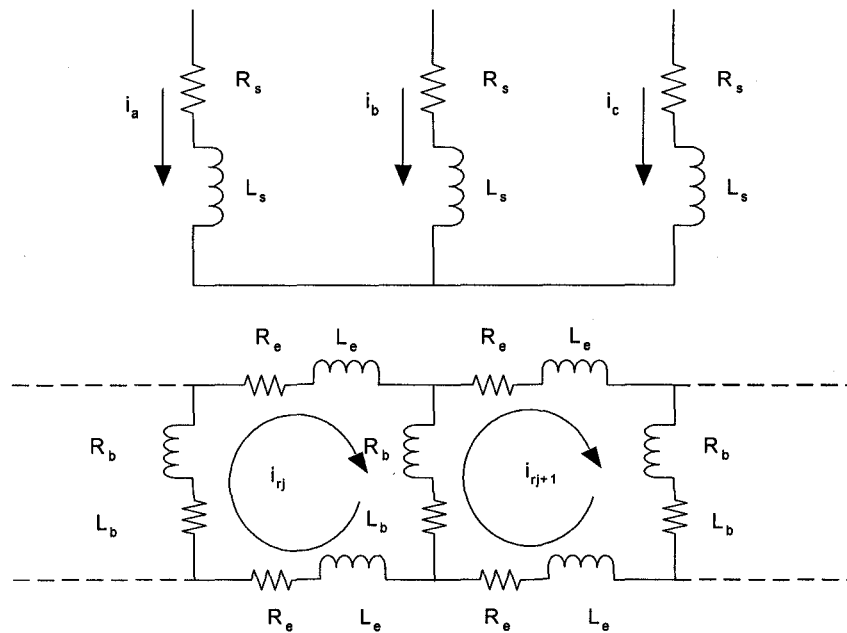


Figure 4 Représentation schématisée d'une machine asynchrone en modèle multi-enroulements

Ce modèle est très convenable pour l'analyse des défauts de la machine asynchrone car les valeurs réelles des courants circulant dans les barres rotoriques peuvent être connues et les harmoniques d'espace peuvent être considérées dans le calcul des inductances. Il existe un certain nombre de publications sur ce modèle dans l'analyse des défauts de la machine asynchrone, comme par exemple la rupture de la barre ou de l'anneau du rotor (Houdouin et al., 2003; Luo et al., 1995; Toliyat & Lipo, 1995), l'ouverture de l'enroulement du stator (Toliyat & Lipo, 1995); le court-circuit entre spires d'une phase statorique (Joksimovic & Penman, 2000); l'excentricité de l'entrefer (Faiz, Ardekane, & Toliyat, 2003; Joksimovic et al, 2000; Nandi et al., 2002; Toliyat et al., 1996).

L'inclinaison des barres du rotor peut aussi être prise en compte (Bossio et al., 2004; Gojko et al., 1999).

La machine synchrone présente une structure mécanique plus complexe que celle d'une machine asynchrone. Les différences entre la machine synchrone et la machine asynchrone, comme les nombreux types de bobinage statorique, la variation de l'entrefer, les nombreux pôles et les divers types de rotor, empêchent l'application de l'approche de la fonction de bobinage dans l'analyse de la machine synchrone. Dans la littérature sur les applications de l'approche de la fonction de bobinage, il existe seulement trois publications. Les deux premières étudient l'excentricité de l'entrefer d'une machine synchrone avec des structures simples sans amortisseur (Al-Nuaim & Toliyat, 1998; Toliyat & Al-Nuaim, 1999). La dernière présente un modèle de défauts internes de la machine synchrone (Jiang et al., 1999). Dans ces travaux, le calcul des inductances est réalisé par la décomposition en série de Fourier de la fonction de bobinage. Par conséquent, les expressions des inductances sont très compliquées. En plus, seules les harmoniques d'espace impaires sont considérées dans le calcul des inductances, ce qui est valide uniquement pour les enroulements normaux. Dans les cas de défauts internes, les enroulements défectueux peuvent créer de nombreuses harmoniques d'espace paires et impaires, même les sous-harmoniques. Donc, une erreur significative apparaît si seules les harmoniques impaires sont considérées dans le calcul des inductances.

CHAPITRE 2

MODÈLE *abc* DE LA MACHINE SYNCHRONE

Dans ce chapitre, le modèle classique de la machine synchrone est présenté de façon détaillée afin d'établir les équations différentielles de la machine en grandeurs de phase (modèle *abc*). Les paramètres électriques fournis par le fabricant sont généralement basés sur le modèle *dq0*. Ils peuvent être convertis en paramètres du modèle *abc*, ceux-ci seront utilisés dans la simulation des défauts internes de la machine synchrone. La théorie de base de la machine synchrone, le calcul des paramètres du modèle *abc* et la représentation d'état du modèle *abc* sont présentés dans ce chapitre.

2.1 Modèle de base de la machine synchrone

Basée sur les hypothèses simplificatrices présentées dans le chapitre 1, la machine synchrone peut être représentée par un système qui comprend essentiellement :

- 1) Au stator trois phases d'induit a, b, c parcourus par les courants i_a, i_b, i_c respectivement, dont les tensions aux bornes sont définies comme v_a, v_b, v_c ;
- 2) Au rotor le circuit d'inducteur fd parcouru par le courant i_{fd} et dont la tension aux bornes est notée v_{fd} . Les machines synchrones ont généralement un rotor muni de circuits d'amortisseur constitués de barres de cuivre, reliées entre elles à chaque extrémité du rotor par un anneau. En général, dans le cas des machines idéalisées, les amortisseurs sont symbolisés par deux enroulements fictifs court-circuités, l'un situé dans l'axe polaire d et l'autre dans l'axe en quadrature q . Ces deux enroulements sont repérés par les indices kd et kq .

La figure 5 représente une machine synchrone par les enroulements rotoriques et statoriques (cas d'une machine bipolaire). La position du rotor est caractérisée par

l'angle θ entre l'axe de l'enroulement de la phase a et l'axe polaire d , mesuré positivement dans le sens anti-horaire. L'angle θ varie selon :

$$\theta = \omega t \quad (2.1)$$

où ω est la vitesse du rotor.

La machine synchrone peut être modélisée par des circuits électriques à paramètres localisés, constitués d'éléments linéaires que sont les inductances et les résistances. En utilisant les conventions décrites à la figure 5, les équations de tension aux bornes des enroulements peuvent être développées sous la forme matricielle suivante :

$$\tilde{v} = [R] \tilde{i} + \frac{d}{dt} \tilde{\lambda} \quad (2.2)$$

où

$$\tilde{v} = \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \\ v_{fd} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \tilde{i} = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_{fd} \\ i_{kd} \\ i_{kq} \end{bmatrix} \quad \tilde{\lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \\ \lambda_{fd} \\ \lambda_{kd} \\ \lambda_{kq} \end{bmatrix}$$

et

$$[R] = \text{diag} \{ R_s \quad R_s \quad R_s \quad R_{fd} \quad R_{kd} \quad R_{kq} \}$$

en appelant :

R_s = résistance d'une phase de l'induit.

R_{fd}, R_{kd}, R_{kq} = résistance de l'inducteur, des amortisseurs d'axe d et d'axe q .

λ_j ($j = a, b, c, fd, kd, kq$) = flux d'enroulement traversant l'enroulement j .

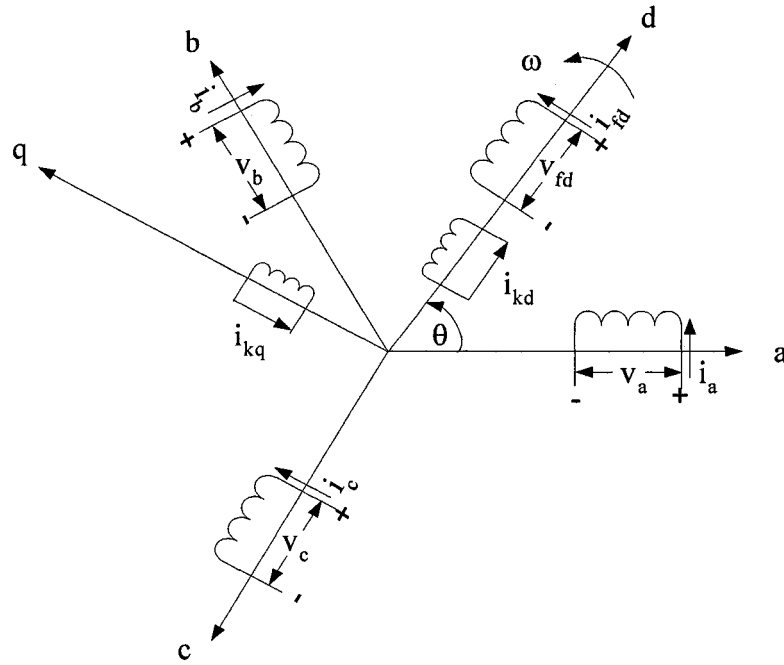


Figure 5 Représentation de la machine synchrone par les enroulements rotoriques et statoriques

Les flux sont liés aux courants par les relations suivantes, exprimées sous la forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \\ \lambda_{fd} \\ \lambda_{kd} \\ \lambda_{kq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & L_{afd} & L_{akd} & L_{akq} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & L_{bfd} & L_{bkd} & L_{bkq} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} & L_{cfd} & L_{ckd} & L_{ckq} \\ L_{fda} & L_{fdb} & L_{fdc} & L_{fdfd} & L_{fdkd} & L_{fdkq} \\ L_{kda} & L_{kdb} & L_{kdc} & L_{kdfd} & L_{kdkd} & L_{kdkq} \\ L_{kqa} & L_{kqb} & L_{kqc} & L_{kqfd} & L_{kqkd} & L_{kqkq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_{fd} \\ i_{kd} \\ i_{kq} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

où L_{ij} ($i = a, b, c, fd, kd, kq$; $j = a, b, c, fd, kd, kq$) est une self-inductance si $i=j$ ou une inductance mutuelle entre i et j autrement.

Les équations de tension aux bornes des enroulements de la machine synchrone peuvent être représentées en forme de blocs matriciels, ce qui donne beaucoup d'avantages dans

l'analyse qui suit. On définit d'abord les vecteurs de courants, de tensions et de flux comme :

$$\tilde{i}_s = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad \tilde{i}_r = \begin{bmatrix} i_{fd} \\ i_{kd} \\ i_{kq} \end{bmatrix} \quad \tilde{v}_s = \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad \tilde{v}_r = \begin{bmatrix} v_{fd} \\ v_{kd} \\ v_{kq} \end{bmatrix} \quad \tilde{\lambda}_s = \begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \end{bmatrix} \quad \tilde{\lambda}_r = \begin{bmatrix} \lambda_{fd} \\ \lambda_{kd} \\ \lambda_{kq} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

où les indices "s" et "r" représentent les grandeurs statoriques et rotoriques respectivement.

Avec la nouvelle définition, les expressions suivantes peuvent être obtenues :

$$\tilde{v} = \begin{bmatrix} \tilde{v}_s \\ \tilde{v}_r \end{bmatrix} \quad \tilde{i} = \begin{bmatrix} \tilde{i}_s \\ \tilde{i}_r \end{bmatrix} \quad \tilde{\lambda} = \begin{bmatrix} \tilde{\lambda}_s \\ \tilde{\lambda}_r \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Les matrices d'inductances et de résistances s'expriment sous forme de blocs par la suite :

$$[L(\theta)] = \begin{bmatrix} [L_{ss}(\theta)] & [L_{sr}(\theta)] \\ [L_{sr}(\theta)]^T & [L_{rr}] \end{bmatrix} \quad [R] = \begin{bmatrix} [R_s] & 0 \\ 0 & [R_r] \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Avec les nouvelles définitions, les équations (2.2~3) deviennent :

$$\begin{bmatrix} \tilde{v}_s \\ \tilde{v}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [R_s] & 0 \\ 0 & [R_r] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_s \\ \tilde{i}_r \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{\lambda}_s \\ \tilde{\lambda}_r \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{\lambda}_s \\ \tilde{\lambda}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_{ss}(\theta)] & [L_{sr}(\theta)] \\ [L_{sr}(\theta)]^T & [L_{rr}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_s \\ \tilde{i}_r \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

où

$$[R_s] = \text{diag}\{R_s \quad R_s \quad R_s\} \quad [R_r] = \text{diag}\{R_{fd} \quad R_{kd} \quad R_{kq}\}$$

et

$$[L_{ss}(\theta)] = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix}$$

$$[L_{sr}(\theta)] = \begin{bmatrix} L_{afd} & L_{akd} & L_{akq} \\ L_{bfd} & L_{bkd} & L_{bkq} \\ L_{cfd} & L_{ckd} & L_{ckq} \end{bmatrix}$$

$$[L_{rr}] = \begin{bmatrix} L_{fdfd} & L_{fdkd} & L_{fdkq} \\ L_{kdfd} & L_{kdkd} & L_{kdkq} \\ L_{kqfd} & L_{kqkd} & L_{kqkq} \end{bmatrix}$$

Comme la résolution du système formé par les équations (2.7~8) peut fournir directement les grandeurs électriques de phase, ce système d'équations est appelé le modèle de la machine synchrone en grandeurs de phase (ou modèle *abc*) (Krause et al., 2002; Subramaniam & Malik, 1971).

2.2 Inductances du modèle de base de la machine synchrone

Dans la machine électrique, les inductances mutuelles entre stator et rotor sont fonction de la position du rotor θ à cause de la rotation du rotor. Pour la machine synchrone à pôles saillants, les inductances propres et mutuelles des enroulements statoriques sont aussi fonction de θ . Cette variance est causée par la variance de la perméance du circuit magnétique en vertu de la saillance des pôles du rotor. La perméance du circuit magnétique est maximale selon l'axe d et minimale selon l'axe q . Les règles adoptées pour le dimensionnement des épanouissements polaires et la forme de l'entrefer conduisent à une variation sinusoïdale approximative de la perméance entre deux extrêmes, ce qui peut s'exprimer comme (Kundur et al., 1994) :

$$P = P_0 + P_2 \cos 2\theta \quad (2.9)$$

La variation de la perméance en fonction de la position du rotor est illustrée à la figure 6.

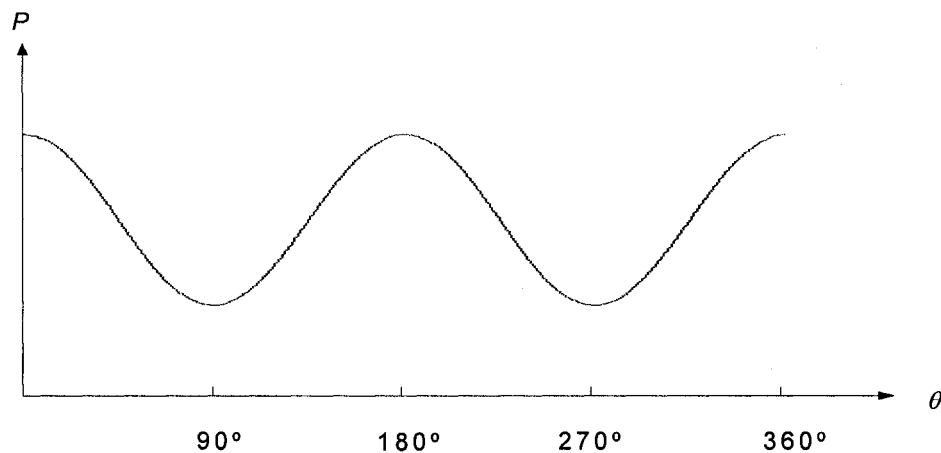


Figure 6 Variation de la perméance en fonction de la position du rotor selon le modèle de Park

2.2.1 Inductances propres statoriques

En l'absence de la saturation du circuit magnétique, les inductances d'une machine synchrone sont définies comme étant le rapport d'un flux sur un courant. Si un courant I_a parcourt la phase a , l'amplitude maximale de la f.m.m. créée par la phase a est égale à $w_s I_a$, où w_s est le nombre effectif de spires de la phase. La f.m.m. peut être projetée sur les axes d et q , tels qu'illustrés à la figure 7.

Les amplitudes de la f.m.m. selon les axes d et q sont données par :

$$F_{ad} = w_s I_a \cos \theta \quad (2.10)$$

$$F_{aq} = -w_s I_a \sin \theta \quad (2.11)$$

Les flux créés par ces composantes sont égaux à :

$$\phi_{ad} = P_d (w_s I_a \cos \theta) \quad (2.12)$$

$$\phi_{aq} = -P_q (w_s I_a \sin \theta) \quad (2.13)$$

où

P_d, P_q = perméances du circuit magnétique selon l'axe d et l'axe q .

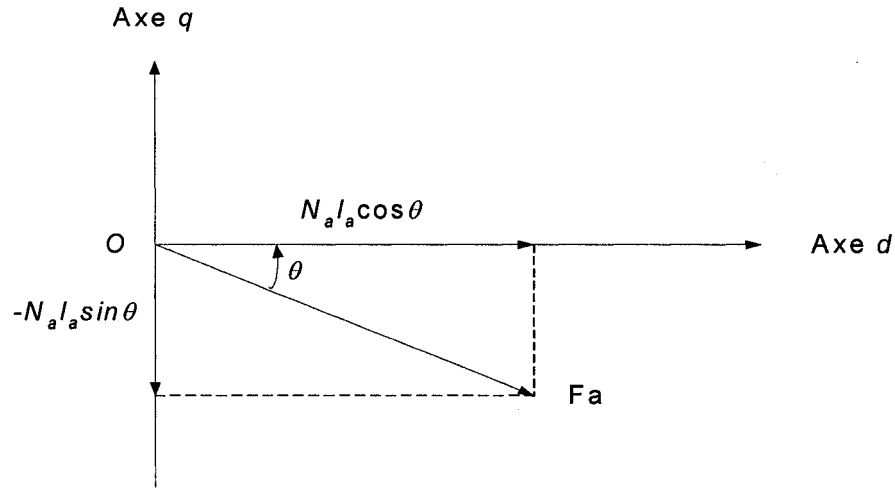


Figure 7 Décomposition de la f.m.m. de la phase a selon l'axe d et l'axe q

Les flux totalisés couplés avec la phase a s'obtiennent en multipliant les flux précédents par $K_M w_s$:

$$\lambda_{ad} = K_M P_d (w_s I_a \cos \theta) w_s \quad (2.14)$$

$$\lambda_{aq} = -K_M P_q (w_s I_a \sin \theta) w_s \quad (2.15)$$

où

K_M = facteur qui représente les paramètres géométriques de la machine.

Le flux totalisé résultant couplé avec la phase a s'obtient en projetant λ_{ad} et λ_{aq} sur l'axe de la phase a :

$$\lambda_a = \lambda_{ad} \cos \theta + \lambda_{aq} (-\sin \theta) \quad (2.16)$$

$$= K_M P_d (w_s^2 I_a \cos \theta) \cos \theta + (-K_M P_q w_s^2 I_a \sin \theta) (-\sin \theta)$$

Ce qui peut être réécrit comme :

$$\lambda_a = K_M w_s^2 I_a \left[\left(\frac{P_d + P_q}{2} \right) + \left(\frac{P_d - P_q}{2} \right) \cos 2\theta \right] \quad (2.17)$$

Enfin l'inductance de magnétisation de la phase a est obtenue :

$$L_{am} = \frac{\lambda_a}{I_a} = K_M w_s^2 \left[\left(\frac{P_d + P_q}{2} \right) + \left(\frac{P_d - P_q}{2} \right) \cos 2\theta \right] \quad (2.18)$$

L'inductance propre d'une phase inclut l'inductance de fuite L_ℓ qui représente le flux de fuite :

$$\begin{aligned} L_{aa} &= L_\ell + L_{am} \\ &= L_\ell + K_M w_s^2 \left[\left(\frac{P_d + P_q}{2} \right) + \left(\frac{P_d - P_q}{2} \right) \cos 2\theta \right] \end{aligned} \quad (2.19)$$

Du fait que les enroulements des phases b et c sont identiques à celui de la phase a et sont décalés dans l'espace par $2\pi/3$ et $4\pi/3$ respectivement, les inductances propres des phases b et c , L_{bb} et L_{cc} , se déduisent de (2-20) en remplaçant θ par $\theta - 2\pi/3$, $\theta + 2\pi/3$ respectivement :

$$L_{bb} = L_\ell + K_M w_s^2 \left[\left(\frac{P_d + P_q}{2} \right) + \left(\frac{P_d - P_q}{2} \right) \cos 2\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \right] \quad (2.20)$$

$$L_{cc} = L_\ell + K_M w_s^2 \left[\left(\frac{P_d + P_q}{2} \right) + \left(\frac{P_d - P_q}{2} \right) \cos 2\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right] \quad (2.21)$$

L'inductance propre statorique contient un terme constant plus une harmonique de rang 2.

2.2.2 Inductances mutuelles statoriques

L'inductance mutuelle entre la phase a et la phase b est calculée à partir du flux créé par la phase a et couplé avec la phase b , qui s'obtient en projetant ϕ_{ad} et ϕ_{aq} sur l'axe de la phase b :

$$\begin{aligned} \phi_{ba} &= \phi_{ad} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) - \phi_{aq} \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ &= P_d (w_s I_a \cos \theta) \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + P_q (w_s I_a \sin \theta) \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \end{aligned} \quad (2.22)$$

$$\lambda_{ba} = K_M w_s^2 I_a \left[-\left(\frac{P_d + P_q}{4} \right) + \left(\frac{P_d - P_q}{2} \right) \cos 2\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) \right] \quad (2.23)$$

On obtient l'inductance mutuelle :

$$L_{ba} = \frac{\lambda_{ba}}{i_a} = K_M w_s^2 \left[-\left(\frac{P_d + P_q}{4} \right) + \left(\frac{P_d - P_q}{2} \right) \cos 2\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) \right] \quad (2.24)$$

On démontre de la même façon que :

$$L_{bc} = K_M w_s^2 \left[-\left(\frac{P_d + P_q}{4} \right) + \left(\frac{P_d - P_q}{2} \right) \cos 2(\theta + \pi) \right] \quad (2.25)$$

$$L_{ca} = K_M w_s^2 \left[-\left(\frac{P_d + P_q}{4} \right) + \left(\frac{P_d - P_q}{2} \right) \cos 2\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) \right] \quad (2.26)$$

2.2.3 Inductances propres et mutuelles rotoriques

Le flux créé dans l'entrefer par l'enroulement d'inducteur fd est :

$$\phi_{fd} = w_{fd} i_{fd} P_d \quad (2.27)$$

où w_{fd} est le nombre effectif de spires de l'enroulement d'inducteur et i_{fd} est le courant dans l'enroulement d'inducteur. Le flux totalisé couplé avec l'enroulement d'inducteur est :

$$\lambda_{fd} = K_M w_{fd}^2 i_{fd} P_d \quad (2.28)$$

En incluant l'inductance de fuite, l'inductance propre de l'inducteur est :

$$L_{fdfd} = L_{\ell fd} + K_M w_{fd}^2 P_d \quad (2.29)$$

Et de même, les inductances propres des enroulements d'amortisseur d'axe d et d'axe q sont :

$$L_{kdkd} = L_{\ell kd} + K_M w_{kd}^2 P_d \quad (2.30)$$

$$L_{kqkq} = L_{\ell kq} + K_M w_{kq}^2 P_q \quad (2.31)$$

où

w_{kd}, w_{kq} = nombre effectif de spires de l'amortisseur d'axe d et d'axe q .

Le flux couplé avec l'enroulement d'inducteur fd dû à l'enroulement d'amortisseur d'axe d est :

$$\lambda_{fdkd} = K_M w_{kd} w_{fd} i_{kd} P_d \quad (2.32)$$

L'inductance mutuelle entre eux est :

$$L_{fdkd} = K_M w_{kd} w_{fd} P_d \quad (2.33)$$

Étant donné que les enroulements d'axe d et d'axe q sont en quadrature, les inductances mutuelles sont nulles :

$$L_{fdkq} = L_{kdkq} = 0 \quad (2.34)$$

2.2.4 Inductances mutuelles entre stator et rotor

Le flux couplé avec l'enroulement d'inducteur fd par les phases du stator a, b, c est :

$$\lambda_{fda} = K_M w_{fd} w_s I_a P_d \cos \theta \quad (2.35)$$

$$\lambda_{fdb} = K_M w_{fd} w_s I_b P_d \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \quad (2.36)$$

$$\lambda_{fdc} = K_M w_{fd} w_s I_c P_d \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \quad (2.37)$$

Les inductances mutuelles entre le stator et l'enroulement d'inducteur sont :

$$L_{fda} = K_M w_{fd} w_s P_d \cos \theta \quad (2.38)$$

$$L_{fdb} = K_M w_{fd} w_s P_d \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \quad (2.39)$$

$$L_{fdc} = K_M w_{fd} w_s P_d \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \quad (2.40)$$

Les inductances mutuelles entre le stator et les enroulements d'amortisseur sont obtenues de la même manière.

2.2.5 Matrices d'inductance

On peut poser les égalités suivantes :

$$L_g = K_M w_s^2 \frac{P_d + P_q}{2} \quad (2.41)$$

$$L_s = K_M w_s^2 \frac{P_d - P_q}{2}$$

$$L_{Fa} = K_M w_{fd} w_s P_d$$

$$L_{Da} = K_M w_{kd} w_s P_d$$

$$L_{Qa} = K_M w_{kq} w_s P_q$$

$$L_{FF} = K_M w_{fd}^2 P_d$$

$$L_{DD} = K_M w_{kd}^2 P_d$$

$$L_{QQ} = K_M w_{kq}^2 P_q$$

$$L_{FD} = K_M w_{fd} w_{kd} P_d$$

Avec les définitions ci-dessus, la matrice des inductances statorique $[L_{ss}(\theta)]$ peut s'exprimer de la façon suivante :

$$[L_{ss}(\theta)] = \begin{bmatrix} L_\ell + L_g + L_s \cos 2\theta & -\frac{L_g}{2} + L_s \cos 2(\theta - \frac{\pi}{3}) & -\frac{L_g}{2} + L_s \cos 2(\theta + \frac{\pi}{3}) \\ -\frac{L_g}{2} + L_s \cos 2(\theta - \frac{\pi}{3}) & L_\ell + L_g + L_s \cos 2(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\frac{L_g}{2} + L_s \cos 2(\theta + \pi) \\ -\frac{L_g}{2} + L_s \cos 2(\theta + \frac{\pi}{3}) & -\frac{L_g}{2} + L_s \cos 2(\theta + \pi) & L_\ell + L_g + L_s \cos 2(\theta + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

La matrice des inductances mutuelles entre le stator et le rotor $[L_{sr}(\theta)]$ devient :

$$[L_{sr}(\theta)] = \begin{bmatrix} L_{Fa} \cos \theta & L_{Da} \cos \theta & L_{Qa}(-\sin \theta) \\ L_{Fa} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & L_{Da} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & L_{Qa}(-\sin(\theta - \frac{2\pi}{3})) \\ L_{Fa} \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & L_{Da} \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & L_{Qa}(-\sin(\theta + \frac{2\pi}{3})) \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

La matrice des inductances rotorique $[L_{rr}(\theta)]$ est :

$$[L_{rr}] = \begin{bmatrix} L_{\ell fd} + L_{FF} & L_{FD} & 0 \\ L_{FD} & L_{\ell kd} + L_{DD} & 0 \\ 0 & 0 & L_{\ell kq} + L_{QQ} \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

2.3 Transformation de Park

Toutes les inductances liées aux enroulements statoriques sont fonction de la position θ du rotor, donc les équations de flux contiennent des fonctions non linéaires de θ . Pour supprimer la non-linéarité, R.H. Park a développé une transformation qui consiste à faire une projection des variables reliées au stator dans un référentiel qui tourne avec le rotor. De façon générale, la transformation de Park s'exprime sous la forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} G_d \\ G_q \\ G_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_a \\ G_b \\ G_c \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

En appliquant la transformation de *Park* aux équations de flux, on peut écrire :

$$\begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_q \\ \lambda_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

En introduisant les expressions des inductances dans les équations de flux, on obtient, après simplification (Chatelain, 1983) :

$$\lambda_d = (L_\ell + \frac{3}{2}L_g + \frac{3}{2}L_s)i_d + L_{Fa}i_{fd} + L_{Da}i_{kd} \quad (2.47)$$

$$\lambda_q = (L_\ell + \frac{3}{2}L_g - \frac{3}{2}L_s)i_q + L_{Qa}i_{kq} \quad (2.48)$$

$$\lambda_0 = L_\ell i_0 \quad (2.49)$$

Les équations de flux rotorique sont aussi simplifiées par la transformation de Park :

$$\lambda_{fd} = \frac{3}{2}L_{Fa}i_d + (L_{\ell fd} + L_{FF})i_{fd} + L_{FD}i_{kd} \quad (2.50)$$

$$\lambda_{kd} = \frac{3}{2}L_{Da}i_d + L_{FD}i_{fd} + (L_{\ell kd} + L_{DD})i_{kd} \quad (2.51)$$

$$\lambda_{kq} = \frac{3}{2}L_{Qa}i_q + (L_{\ell kq} + L_{QQ})i_{kq} \quad (2.52)$$

Les équations de flux dans le modèle $dq0$ peuvent s'exprimer sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_q \\ \lambda_0 \end{bmatrix} = [L_{ss}]_{dq0} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} + [L_{sr}]_{dq0} \begin{bmatrix} i_{fd} \\ i_{kd} \\ i_{kq} \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

$$\begin{bmatrix} \lambda_{fd} \\ \lambda_{kd} \\ \lambda_{kq} \end{bmatrix} = \frac{3}{2}[L_{sr}]_{dq0}^T \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} + [L_{rr}]_{dq0} \begin{bmatrix} i_{fd} \\ i_{kd} \\ i_{kq} \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

où

$$[L_{ss}]_{dq0} = \begin{bmatrix} L_\ell + \frac{3}{2}L_g + \frac{3}{2}L_s & 0 & 0 \\ 0 & L_\ell + \frac{3}{2}L_g - \frac{3}{2}L_s & 0 \\ 0 & 0 & L_0 \end{bmatrix}$$

$$[L_{rr}]_{dq0} = \begin{bmatrix} L_{\ell fd} + L_{FF} & L_{FD} & 0 \\ L_{FD} & L_{\ell kd} + L_{DD} & 0 \\ 0 & 0 & L_{\ell kq} + L_{QQ} \end{bmatrix}$$

$$[L_{sr}]_{dq0} = \begin{bmatrix} L_{Fa} & L_{Da} & 0 \\ 0 & 0 & L_{Qa} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

où l'indice “ $dq0$ ” représente le modèle $dq0$.

En comparant les matrices $[L_{ss}]_{dq0}$ et $[L_{sr}]_{dq0}$ avec les matrices $[L_{ss}(\theta)]$ et $[L_{sr}(\theta)]$, on voit que les matrices $[L_{ss}]_{dq0}$ et $[L_{sr}]_{dq0}$ ne sont plus fonction de θ mais restent toujours fonction des autres variables contenues dans $[L_{ss}(\theta)]$ et $[L_{sr}(\theta)]$. Connaissant ces matrices et leur relation, les inductances du modèle $dq0$ peuvent être converties aux inductances du modèle abc .

Mais les paramètres réels des enroulements d'amortisseur du rotor sont difficiles à obtenir car on ne peut pas mesurer directement les courants et tensions à leurs bornes. De plus, on ne connaît pas les nombres effectifs de spires des enroulements d'amortisseur. Par conséquent, les variables du rotor sont généralement exprimées en grandeur relative par rapport au stator. La conversion des paramètres est également réalisée en grandeurs relatives.

2.4 Grandeurs relatives du rotor

Les inductances de magnétisation de l'axe d et de l'axe q sont définies respectivement comme (Krause et al., 2002) :

$$L_{md} = \frac{3}{2}(L_g + L_s) \quad (2.55)$$

$$L_{mq} = \frac{3}{2}(L_g - L_s) \quad (2.56)$$

En considérant les expressions de L_g et L_s données par l'équation (2.41), on obtient :

$$L_{md} = \frac{3}{2} K_M w_s^2 P_d \quad (2.57)$$

$$L_{mq} = \frac{3}{2} K_M w_s^2 P_q \quad (2.58)$$

En tenant compte des expressions des inductances (2.41), on peut facilement trouver les relations suivantes :

$$L_{Fa} = \frac{2}{3} \frac{w_{fd}}{w_s} L_{md} \quad (2.59)$$

$$L_{Da} = \frac{2}{3} \frac{w_{kd}}{w_s} L_{md} \quad (2.60)$$

$$L_{Qa} = \frac{2}{3} \frac{w_{kq}}{w_s} L_{mq} \quad (2.61)$$

$$L_{FF} = \frac{2}{3} \left(\frac{w_{fd}}{w_s} \right)^2 L_{md} \quad (2.62)$$

$$L_{DD} = \frac{2}{3} \left(\frac{w_{kd}}{w_s} \right)^2 L_{md} \quad (2.63)$$

$$L_{QQ} = \frac{2}{3} \left(\frac{w_{kq}}{w_s} \right)^2 L_{mq} \quad (2.64)$$

$$L_{FD} = \frac{2}{3} \left(\frac{w_{fd}}{w_s} \right) \left(\frac{w_{kd}}{w_s} \right) L_{md} \quad (2.65)$$

Pour supprimer les nombres de spires des enroulements du rotor, on peut ramener toutes les grandeurs du rotor au stator, comme il est souvent fait dans le cas des transformateurs. Il est convenable de définir les variables substituées pour indiquer les grandeurs relatives du rotor par rapport au stator (Krause et al., 2002) :

$$i'_j = \left(\frac{2}{3}\right) \frac{w_j}{w_s} i_j \quad v'_j = \frac{w_s}{w_j} v_j \quad \lambda'_j = \frac{w_s}{w_j} \lambda_j \quad (2.66)$$

où

j = enroulement rotorique fd, kd, kq .

L'apparition de “ ’ ” à l'exposant sur les grandeurs au rotor représente les grandeurs relatives du rotor par rapport aux grandeurs du stator.

En introduisant ces variables substituées dans les expressions des flux du modèle $dq0$, on obtient :

$$\begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_q \\ \lambda_0 \end{bmatrix} = [L_{ss}]_{dq0} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} + [L'_{sr}]_{dq0} \begin{bmatrix} i'_{fd} \\ i'_{kd} \\ i'_{kq} \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

$$\begin{bmatrix} \lambda'_{fd} \\ \lambda'_{kd} \\ \lambda'_{kq} \end{bmatrix} = [L'_{sr}]_{dq0}^T \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} + [L'_{rr}]_{dq0} \begin{bmatrix} i'_{fd} \\ i'_{kd} \\ i'_{kq} \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

où

$$[L_{ss}]_{dq0} = \begin{bmatrix} L_\ell + L_{md} & 0 & 0 \\ 0 & L_\ell + L_{mq} & 0 \\ 0 & 0 & L_0 \end{bmatrix}$$

$$[L'_{sr}]_{dq0} = \begin{bmatrix} L_{md} & L_{md} & 0 \\ 0 & 0 & L_{mq} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[L'_{rr}]_{dq0} = \begin{bmatrix} L'_{\ell fd} + L_{md} & L_{md} & 0 \\ L_{md} & L'_{\ell kd} + L_{md} & 0 \\ 0 & 0 & L'_{\ell kq} + L_{mq} \end{bmatrix}$$

Dans la matrice $[L'_{rr}]_{dq0}$, l'inductance de fuite d'enroulement est représentée par :

$$L'_{\ell j} = \left(\frac{3}{2}\right) \left(\frac{w_s}{w_j}\right)^2 L_{\ell j} \quad (2.69)$$

où j = enroulement rotorique fd, kd, kq .

Avec les grandeurs relatives du rotor définies, on peut trouver que toutes les inductances de magnétisation d'un même axe sont égales.

Pour l'axe d , on a :

$$L'_{Fa} = L'_{Da} = L'_{DF} = L'_{DD} = L'_{FF} = L_{md} \quad (2.70)$$

Pour l'axe q , on a :

$$L'_{Qa} = L'_{Qq} = L_{mq} \quad (2.71)$$

Les inductances propres des cinq enroulements du modèle dqo sont alors données par les équations suivantes :

$$L_d = L_\ell + L_{md} \quad (2.72)$$

$$L_q = L_\ell + L_{mq} \quad (2.73)$$

$$L'_{fdfd} = L'_{\ell fd} + L_{md} \quad (2.74)$$

$$L'_{kdkd} = L'_{\ell kd} + L_{md} \quad (2.75)$$

$$L'_{kqkq} = L'_{\ell kq} + L_{mq} \quad (2.76)$$

où

L_d - inductance synchrone d'axe d .

L_q - inductance synchrone d'axe q .

L_ℓ - inductance de fuite de la phase statorique.

$L'_{\ell j}$ - inductance de fuite d'enroulement du rotor j ($j = fd, kd, kq$)

L'_{jj} - inductance propre d'enroulement du rotor j ($j = fd, kd, kq$)

On peut aussi introduire les variables substituées du rotor dans les expressions des flux du modèle *abc*, le résultat est :

$$\begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \end{bmatrix} = [L_{ss}(\theta)] \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + [L'_{sr}(\theta)] \begin{bmatrix} i'_{fd} \\ i'_{kd} \\ i'_{kq} \end{bmatrix} \quad (2.77)$$

$$\begin{bmatrix} \lambda'_{fd} \\ \lambda'_{kd} \\ \lambda'_{kq} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} [L'_{sr}(\theta)]^T \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + [L'_{rr}] \begin{bmatrix} i'_{fd} \\ i'_{kd} \\ i'_{kq} \end{bmatrix} \quad (2.78)$$

où

$$[L_{ss}(\theta)] = \begin{bmatrix} L_\ell + L_g + L_s \cos 2\theta & -\frac{L_g}{2} + L_s \cos 2(\theta - \frac{\pi}{3}) & -\frac{L_g}{2} + L_s \cos 2(\theta + \frac{\pi}{3}) \\ -\frac{L_g}{2} + L_s \cos 2(\theta - \frac{\pi}{3}) & L_\ell + L_g + L_s \cos 2(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\frac{L_g}{2} + L_s \cos 2(\theta + \pi) \\ -\frac{L_g}{2} + L_s \cos 2(\theta + \frac{\pi}{3}) & -\frac{L_g}{2} + L_s \cos 2(\theta + \pi) & L_\ell + L_g + L_s \cos 2(\theta + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}$$

$$[L'_{sr}(\theta)] = \begin{bmatrix} L_{md} \cos \theta & L_{md} \cos \theta & L_{mq} (-\sin \theta) \\ L_{md} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & L_{md} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & L_{mq} (-\sin(\theta - \frac{2\pi}{3})) \\ L_{md} \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & L_{md} \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & L_{mq} (-\sin(\theta + \frac{2\pi}{3})) \end{bmatrix}$$

$$[L'_{rr}] = \begin{bmatrix} L'_{\ell fd} + L_{md} & L_{md} & 0 \\ L_{md} & L'_{\ell kd} + L_{md} & 0 \\ 0 & 0 & L'_{\ell kq} + L_{md} \end{bmatrix}$$

En considérant les relations entre les matrices $[L_{ss}]_{dq0}$, $[L'_{sr}]_{dq0}$ et $[L'_{rr}]_{dq0}$ avec les matrices $[L_{ss}(\theta)]$, $[L'_{sr}(\theta)]$ et $[L'_{rr}(\theta)]$, les paramètres du modèle *dq0* peuvent être

facilement convertis en ceux du modèle *abc*. Pour les inductances du stator du modèle *abc*, à partir des équations (2.72~73), on a :

$$L_{md} = L_d - L_\ell \quad (2.79)$$

$$L_{mq} = L_q - L_\ell \quad (2.80)$$

En tenant compte des équations (2-55~56), on obtient :

$$L_g = \frac{1}{3}(L_{md} + L_{mq}) \quad (2.81)$$

$$L_s = \frac{1}{3}(L_{md} - L_{mq}) \quad (2.82)$$

où

L_g - composante constante des inductances de la phase statorique.

L_s - composante variante des inductances de la phase statorique.

Pour les inductances mutuelles entre le stator et le rotor du modèle *abc*, on a :

$$\dot{L}_{Fa} = \dot{L}_{Da} = L_{md} \quad \text{et} \quad \dot{L}_{Qa} = L_{mq} \quad (2.83)$$

où

\dot{L}_{Fa} - inductance maximale mutuelle entre phase statorique et l'inducteur.

\dot{L}_{Da} - inductance maximale mutuelle entre phase statorique et l'amortisseur d'axe d.

\dot{L}_{Qa} - inductance maximale mutuelle entre phase statorique et l'amortisseur d'axe q.

Les paramètres du rotor du modèle *abc* sont ceux du modèle *dq0*, car la transformation de Park n'est pas appliquée au rotor.

Les paramètres électriques de la machine fournis par le fabricant peuvent être exprimés sous forme de paramètres standards qui définissent des réactances et des constantes de temps de la machine. Les paramètres standards peuvent être traduits en résistances et inductances du modèle *dq0* par la méthode présentée dans l'annexe 1.

2.5 Modèle *abc* de la machine synchrone en grandeurs relatives du rotor

Avec les grandeurs relatives du rotor, les équations de tension du modèle *abc* peuvent s'écrire :

$$\begin{bmatrix} \tilde{v}_s \\ \tilde{v}_r' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [R_s] & 0 \\ 0 & [R_r'] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_s \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{\lambda}_s \\ \tilde{\lambda}_r' \end{bmatrix} \quad (2.84)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{\lambda}_s \\ \tilde{\lambda}_r' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_{ss}(\theta)] & [L_{sr}'(\theta)] \\ \frac{2}{3}[L_{sr}'(\theta)]^T & [L_{rr}'] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_s \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} \quad (2.85)$$

où $[L_{ss}(\theta)]$, $[L_{sr}'(\theta)]$ et $[L_{rr}'(\theta)]$ sont définis dans l'équation (2.77~78), et

$$[R_s] = \text{diag}\{R_s \quad R_s \quad R_s\} \quad [R_r'] = \text{diag}\{R_{fd}' \quad R_{kd}' \quad R_{kq}'\}$$

où

R_s = résistance d'une phase de l'induit.

R_{fd}' , R_{kd}' , R_{kq}' = résistance de l'inducteur, de l'amortisseur d'axe d , de l'amortisseur d'axe q .

En introduisant les expressions des flux dans les équations de tension, on obtient :

$$\begin{bmatrix} \tilde{v}_s \\ \tilde{v}_r' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [R_s] & 0 \\ 0 & [R_r'] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_s \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} [L_{ss}(\theta)] & [L_{sr}'(\theta)] \\ \frac{2}{3}[L_{sr}'(\theta)]^T & [L_{rr}'] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_s \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [L_{ss}(\theta)] & [L_{sr}'(\theta)] \\ \frac{2}{3}[L_{sr}'(\theta)]^T & [L_{rr}'] \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{i}_s \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} \quad (2.86)$$

L'équation (2.86) peut maintenant être réarrangée sous la forme de représentation d'état comme suivante :

$$\begin{bmatrix} [L_{ss}(\theta)] & [L_{sr}'(\theta)] \\ \frac{2}{3}[L_{sr}'(\theta)]^T & [L_{rr}'] \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{i}_s \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} -[R_s] - \frac{d}{dt}[L_{ss}(\theta)] & -\frac{d}{dt}[L_{sr}'(\theta)] \\ -\frac{2}{3}\frac{d}{dt}[L_{sr}'(\theta)]^T & -[R_r'] \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \tilde{i}_s \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{v}_s \\ \tilde{v}_r' \end{bmatrix} \quad (2.87)$$

L'équation (2.87) décrit la partie électrique de la machine synchrone. Si on considère les variations transitoires de la vitesse du rotor, le comportement électromécanique sera complété par l'équation du mouvement qui s'écrit :

$$\frac{2H}{\omega_b} \frac{d\omega}{dt} = T_m - T_e \quad (2.88)$$

Dans cette équation, T_m est le couple mécanique appliqué à l'arbre de la machine, H est la constante d'inertie des masses tournantes et T_e est le couple électromagnétique généré par la machine, qui peut être calculé par (Krause et al., 2002) :

$$T_e = p \left\{ -\frac{1}{2} \tilde{i}_s^T \frac{d}{d\theta} [L_{ss}(\theta) - L_{\ell s} I] \tilde{i}_s + \tilde{i}_s^T \frac{d}{d\theta} [L'_{sr}(\theta)] \tilde{i}_r' \right\} \quad (2.89)$$

Dans cette expression, p est le nombre de paires de pôles.

Le comportement d'une machine synchrone en régime transitoire est entièrement déterminé par les équations électriques (2.87) et mécaniques (2.88~89). En choisissant une méthode appropriée d'intégration, ce système d'équations peut être résolu. Les courants ont explicitement été choisis comme variables d'état dans les équations électriques bien que ce choix ne soit pas unique. On pourrait choisir les flux couplés de chaque enroulement comme les variables d'état, mais ce choix n'ajoute pas d'information dans la simulation des défauts internes de la machine synchrone.

Les paramètres électriques standards d'une machine synchrone fournis par le fabricant sont montrés au tableau I. En utilisant les équations présentées à l'annexe 1, les paramètres fondamentaux de la machine qui définissent des résistances et inductances sont obtenus. À l'aide des équations (2.79~83), ces paramètres fondamentaux peuvent être convertis en paramètres du modèle *abc*, qui sont montrés au tableau II.

La réponse de la machine à une variance du couple mécanique est simulée par les modèles *dq0* et *abc* respectivement. La résolution numérique pour le modèle *abc* est nécessaire, à cause des coefficients variants des équations du modèle *abc*. Dans cette

thèse, nous avons choisi la méthode de Runge-Kutta à pas variable qui est fournie par le logiciel MATLAB/SIMULINK.

Tableau I
Paramètres standard d'une machine synchrone

Description	Symbole	Valeur
Puissance nominale	P_n	828 MVA
Tension nominale	V_n	18.0KV
Fréquence nominale	F_n	60 Hz
Facteur de puissance	P_f	0.9
Résistance du stator	R_s	0.0048 pu
Réactance de fuite du stator	X_l	0.215 pu
Réactance synchrone d'axe d	X_d	1.790 pu
Réactance synchrone d'axe q	X_q	1.660 pu
Réactance transitoire d'axe d	X'_d	0.355 pu
Réactance transitoire d'axe q	X'_q	0.570 pu
Réactance subtransitoire d'axe d	X''_d	0.275 pu
Réactance subtransitoire d'axe q	X''_q	0.275 pu
Constante de temps transitoire d'axe d à circuit ouvert	T'_{do}	7.9 s
Constante de temps transitoire d'axe q à circuit ouvert	T'_{qo}	0.410 s
Constante de temps subtransitoire d'axe d à circuit ouvert	T''_{do}	0.032 s
Constante de temps subtransitoire d'axe q à circuit ouvert	T''_{qo}	0.055 s
Inertie	H	3.77 s
Nombre de paires de pôles	p	4

Tableau II
Paramètres du modèle *abc* d'une machine synchrone

Description	Symbole	Valeur
Résistance du stator	R_s	0.0048 pu
Inductance de fuite du stator	L_l	0.215 pu
Inductance maximale entre phase statorique et les enroulements d'axe d (L'_{Fa} , L'_{Da})	$L_{md}=L_d-L_l$	1.575 pu
Inductance maximale entre phase statorique et l'enroulement d'axe q (L'_{Qa})	$L_{mq}=L_q-L_l$	1.445 pu
Partie constante d'inductance statorique (L_g)	$(L_{md}+L_{mq})/3$	1.0067 pu
Partie variante d'inductance statorique (L_s)	$(L_{md}-L_{mq})/3$	0.0433 pu
Résistance de l'inducteur	R'_{kf}	0.00058 pu
Inductance de l'inducteur	$L'_{lfd}+L_{md}$	0.1537 pu
Résistance de l'amortisseur d'axe d	R'_{kd}	0.0203 pu
Inductance de l'amortisseur d'axe d	$L'_{lkd}+L_{md}$	0.1050 pu
Résistance de l'amortisseur d'axe q	R'_{kq}	0.0727 pu
Inductance de l'amortisseur d'axe q	$L'_{lkq}+L_{mq}$	0.0626 pu

Le couple d'entrée varie de la façon suivante : d'abord du couple nominal positif à zéro, puis à couple nominal négatif. La figure 8 montre les résultats de simulation des deux modèles. Le courant de la phase a du stator i_a , la vitesse du rotor w_r , et le couple électromagnétique T_e sont illustrés.

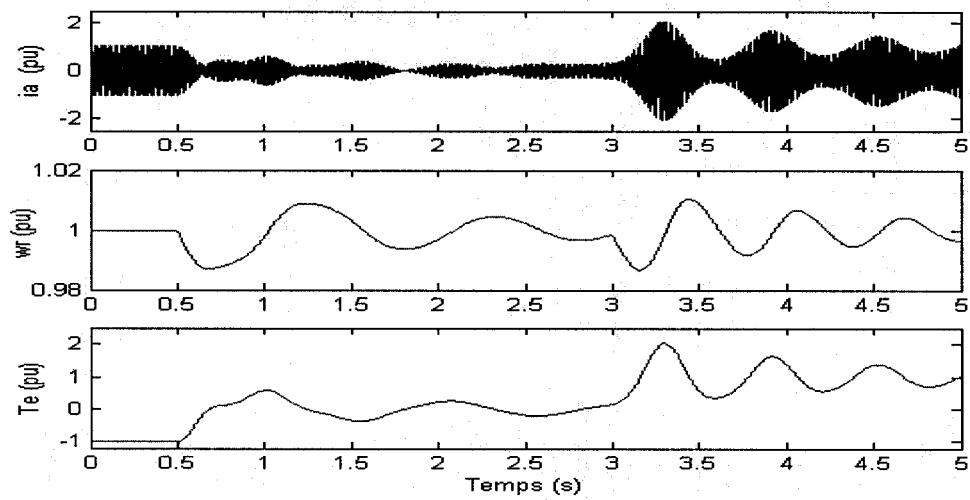
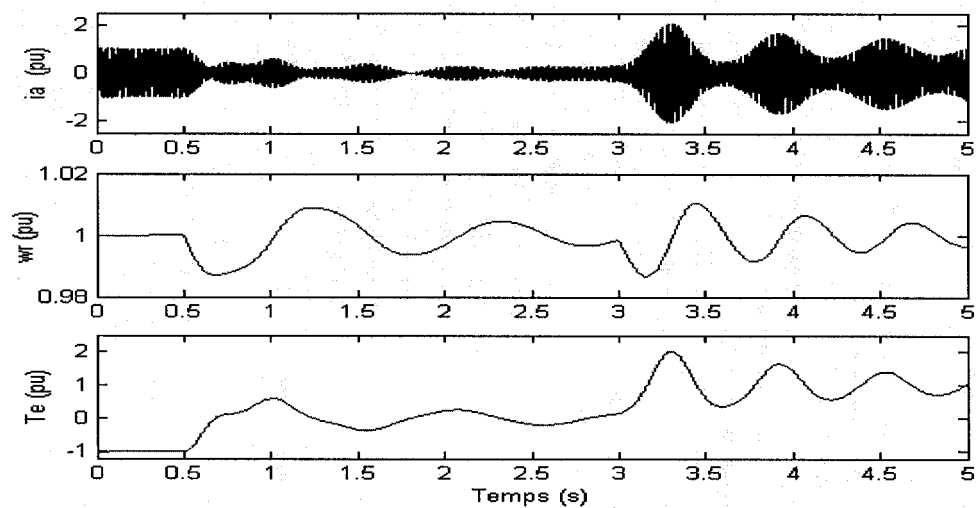
(a) En modèle *abc*(b) En modèle *dqo*

Figure 8 Réponse de machine à la variation du couple mécanique

Les résultats de simulation par deux modèles sont identiques, donc la validité du modèle *abc* et l'exactitude des paramètres en grandeurs de phase sont assurés. Le temps de simulation en modèle *abc* est beaucoup plus élevé que celui du modèle *dqo* à cause des coefficients variables des matrices d'inductances dans le modèle *abc*.

2.6 Conclusion

Basé sur la théorie classique de la machine synchrone, un modèle *abc* de la machine synchrone a été développé dans ce chapitre. Dans ce modèle, les équations de tension sont écrites directement en grandeurs de phase, donc les inductances de la machine sont des fonctions de la position du rotor. Les paramètres du modèle *abc* peuvent être obtenus à partir des paramètres standards de la machine dans le référentiel $dq0$. La validation du modèle *abc* par la simulation a été montrée.

CHAPITRE 3

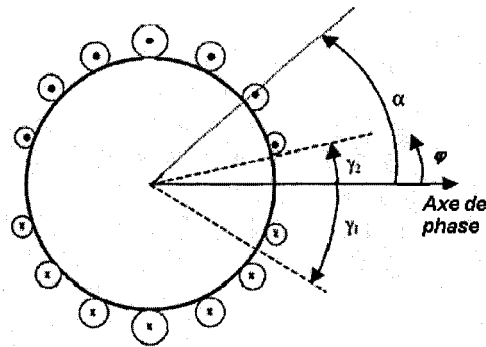
MODÈLE SIMPLIFIÉ DES DÉFAUTS INTERNES DE LA MACHINE SYNCHROME

Ce chapitre décrit un modèle simplifié de défauts internes de la machine synchrone qui nécessite uniquement les paramètres électriques de la machine. Ce modèle est basé sur l'hypothèse simplificatrice que les enroulements de la machine sont à distribution sinusoïdale. Nous considérons le cas d'une machine bipolaire avec un bobinage par phase, mais l'analyse reste aussi valide pour une machine disposant plus de pôles. La technique de partitionnement de l'enroulement statorique, le modèle de la machine à enroulements partitionnés, et les équations dynamiques décrivant les divers types de défauts sont présentés dans ce chapitre.

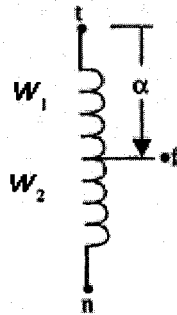
3.1 Partitionnement d'un enroulement à distribution sinusoïdale

Pour représenter les défauts internes dans la machine synchrone, les enroulements statoriques peuvent être partitionnés en deux sous-enroulements, comme à la figure 9, Un enroulement à distribution sinusoïdale est divisé en un sous-enroulement majeur de w_1 spires (du terminal t au point de défaut f) et un autre sous-enroulement mineur de w_2 spires (du point de défaut au neutre n). L'angle α représente l'emplacement angulaire du point de défaut. Les angles γ_1 et γ_2 représentent les axes magnétiques des deux sous-enroulements majeure et mineure respectivement. Le but du partitionnement est de déduire les expressions du nombre effectif de spires des sous-enroulements, w_1 et w_2 , et celles des axes magnétiques, γ_1 et γ_2 . Il y a plusieurs approches pour résoudre ce problème. La première solution est d'utiliser le nombre de spires actuel du sous-enroulement comme le nombre effectif de spires. Mais la meilleure solution est de décomposer la f.m.m. originale du sous-enroulement en série de Fourier et de représenter le nombre effectif de spires du sous-enroulement par l'amplitude de

l'harmonique fondamentale de la f.m.m., tandis que l'axe magnétique du sous-enroulement est déterminé par la phase de l'harmonique fondamentale (Reichmeider et al, 2000).



(a)



(b)

Figure 9 (a) Enroulement équivalent à distribution sinusoïdale; (b) Sous-enroulements majeur w_1 et mineur w_2

En l'absence du défaut interne, la distribution des spires d'un enroulement équivalent à distribution sinusoïdale s'écrit :

$$N(\varphi) = w_s \sin \varphi \quad (3.1)$$

où w_s est le nombre effectif de spires de l'enroulement équivalent. φ est un angle mesuré de l'axe magnétique de la phase a . La f.m.m. créée dans l'entrefer par cet enroulement parcouru par un courant unitaire est égal à :

$$F(\varphi) = w_s \cos \varphi \quad (3.2)$$

Les distributions de spires et de la f.m.m. de l'enroulement équivalent sont illustrées à la figure 10.

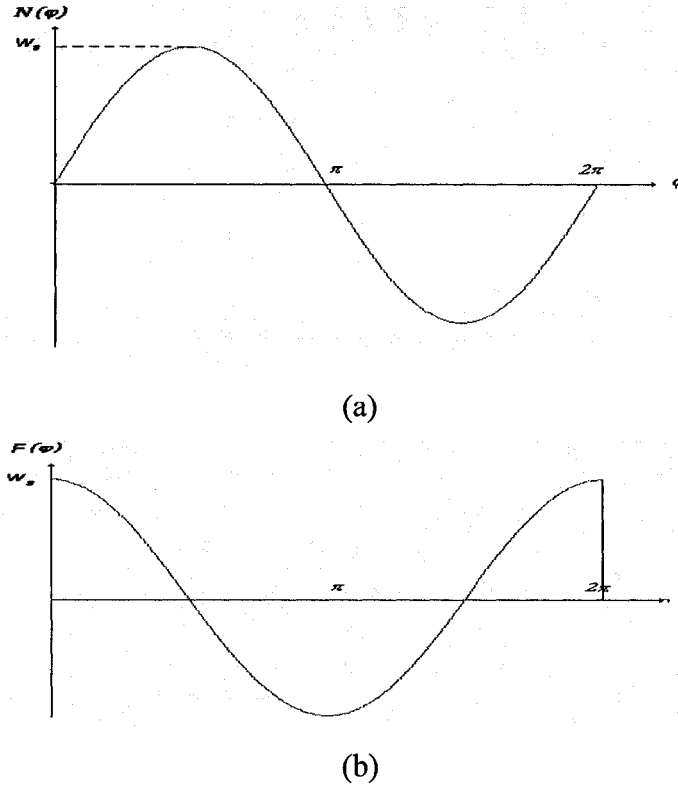


Figure 10 (a) Distribution de spires de l'enroulement équivalent; (b) Distribution de la f.m.m. de l'enroulement équivalent

Le sous-enroulement majeur est constitué des spires de 0 à α . Le nombre total w_1' des spires du sous-enroulement majeur peut être calculé par :

$$w_1' = \int_0^\alpha N_1(\varphi) d\varphi = w_s \int_0^\alpha \sin(\varphi) d\varphi = w_s [1 - \cos(\alpha)] \quad (3.3)$$

La distribution normalisée de la f.m.m. créée par le sous-enroulement majeur dans l'entrefer est montrée à la figure 11 et s'exprime comme (Reichmeider et al.,2000) :

$$F_1(\varphi) = \begin{cases} w_1 + w_s(\cos(\varphi) - 1) & 0 \leq \varphi < \alpha \\ -w_1 & \alpha \leq \varphi < \pi \\ -w_1 + w_s(\cos(\varphi) - 1) & \pi \leq \varphi < \pi + \alpha \\ w_1 & \pi + \alpha \leq \varphi \leq 2\pi \end{cases} \quad (3.4)$$

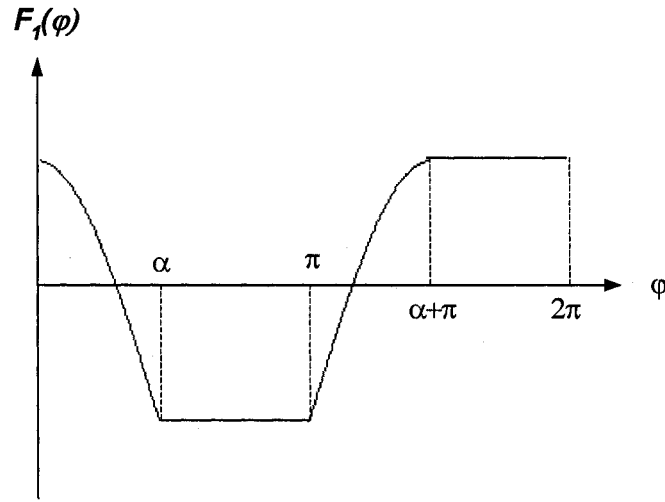


Figure 11 Distribution de la f.m.m. du sous-enroulement majeur

En décomposant en série de Fourier, on obtient :

$$F_1(\varphi) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos(n\varphi + \gamma_n) \quad (3.5)$$

où

$$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \text{ et } \gamma_n = \tan^{-1}\left(\frac{b_n}{a_n}\right)$$

Pour l'harmonique fondamentale, on a :

$$a_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F_1(\varphi) \cos \varphi = \frac{w_s}{\pi} \left[\alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha \right] \quad (3.6)$$

$$b_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F_1(\varphi) \sin \varphi = -\frac{w_s}{\pi} \sin^2 \alpha \quad (3.7)$$

Le nombre effectif de spires w_1 du sous-enroulement majeur est égal à l'amplitude de l'harmonique fondamentale c_1 :

$$w_1 = \sqrt{a_1^2 + b_1^2} = \frac{w_s}{\pi} \sqrt{\alpha^2 - 2\alpha \sin(\alpha) \cos(\alpha) + \sin^2(\alpha)} \quad (3.8)$$

L'axe magnétique γ_1 du sous-enroulement majeur est déterminé par la phase de l'harmonique fondamentale :

$$\gamma_1 = -\tan^{-1} \left(-\frac{b_1}{a_1} \right) = -\tan^{-1} \left(\frac{\sin^2(\alpha)}{\alpha - \frac{1}{2} \sin(2\alpha)} \right) \quad (3.9)$$

Le sous-enroulement mineur se compose des spires de α à π . Le nombre effectif de spire w_2 et l'axe magnétique γ_2 sont calculés de la même manière :

$$w_2 = \frac{w_s}{\pi} \sqrt{(\pi - \alpha)^2 + 2(\pi - \alpha) \sin(\alpha) \cos(\alpha) + \sin^2(\alpha)} \quad (3.10)$$

$$\gamma_2 = -\tan^{-1} \left(\frac{-\sin^2(\alpha)}{\pi - \alpha + \frac{1}{2} \sin(2\alpha)} \right) \quad (3.11)$$

3.2 Inductance des sous-enroulements

Lorsque les sous-enroulements d'une phase sont représentés par des enroulements équivalents à distribution sinusoïdale, les inductances relatives des sous-enroulements seront aisément calculées de la même manière que pour les enroulements normaux.

Inductance propre du sous-enroulement majeur – En se référant la figure 12, le flux magnétique projeté sur l'axe d par le sous-enroulement majeur parcouru par un courant I_1 est :

$$\phi_{1d} = w_1 I_1 P_d \cos(\theta - \gamma_1) \quad (3.12)$$

où P_d est la perméance selon l'axe d . De la même manière, le flux magnétique projeté sur l'axe q par le sous-enroulement majeur est :

$$\phi_{1q} = -w_1 I_1 P_q \sin(\theta - \gamma_1) \quad (3.13)$$

où P_q est la perméance selon l'axe q . Le flux totalisé résultant couplé du sous-enroulement majeur dû au courant parcourant ce sous-enroulement est calculé par :

$$\lambda_{11} = \lambda_{1\ell} + K_M w_1 (\phi_{1d} \cos(\theta - \gamma_1) - \phi_{1q} \sin(\theta - \gamma_1)) \quad (3.14)$$

où $\lambda_{1\ell}$ est le flux de fuite. Après simplification, l'équation (3.14) devient :

$$\lambda_{11} = \lambda_{1\ell} + K_M w_1^2 I_1 \left(\frac{P_d + P_q}{2} \right) + K_M w_1^2 I_1 \left(\frac{P_d - P_q}{2} \right) \cos 2(\theta - \gamma_1) \quad (3.15)$$

Donc, l'inductance propre du sous-enroulement majeur est donnée par :

$$L_{11} = \frac{\lambda_{11}}{I_1} = L_{1\ell} + K_M w_1^2 \left(\frac{P_d + P_q}{2} \right) + K_M w_1^2 \left(\frac{P_d - P_q}{2} \right) \cos 2(\theta - \gamma_1) \quad (3.16)$$

L'inductance propre du sous-enroulement mineur est obtenue de la même manière.

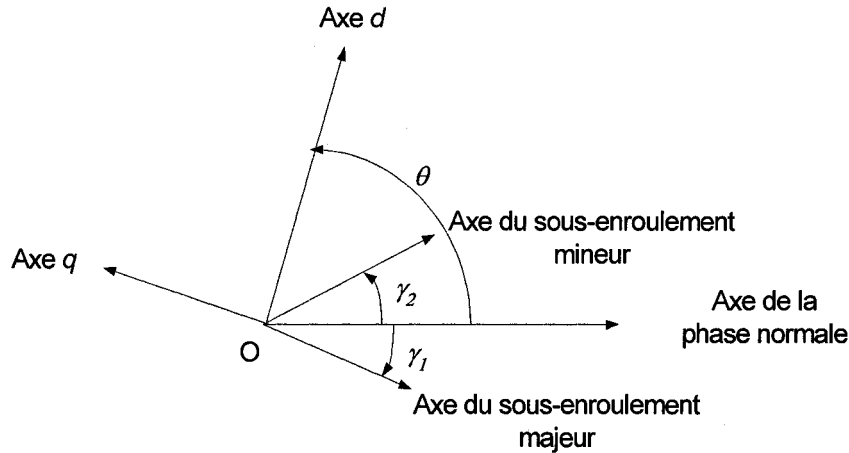


Figure 12 Axes magnétiques des sous-enroulements

Inductance mutuelle entre sous-enroulement - Le flux totalisé couplé avec le sous-enroulement mineur dû au courant I_1 dans le sous-enroulement majeur est calculé par :

$$\lambda_{21} = w_2(\phi_{1d} \cos(\theta - \gamma_2) - \phi_{1q} \sin(\theta - \gamma_2)) \quad (3.17)$$

En introduisant les équations (3.12~13) dans l'équation ci-dessus, on obtient, tous calculs fait :

$$\lambda_{21} = K_M w_1 w_2 I_1 \left(\left(\frac{P_d + P_q}{2} \right) \cos(-\gamma_1 + \gamma_2) + \left(\frac{P_d - P_q}{2} \right) \cos 2\left(\theta - \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2}\right) \right) \quad (3.18)$$

L'inductance mutuelle entre deux sous-enroulements est obtenue :

$$L_{21} = \frac{\lambda_{21}}{I_1} = K_M w_1 w_2 \left(\left(\frac{P_d + P_q}{2} \right) \cos(-\gamma_1 + \gamma_2) + \left(\frac{P_d - P_q}{2} \right) \cos 2\left(\theta - \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2}\right) \right) \quad (3.19)$$

Inductance mutuelle entre sous-enroulement et enroulement rotorique - En considérant l'axe magnétique de l'enroulement d'inducteur, le flux couplé avec l'enroulement d'inducteur dû au courant I_1 dans le sous-enroulement majeur est donné par :

$$\lambda_{fd1} = K_M w_{fd} \phi_{1d} \quad (3.20)$$

où ϕ_{1d} est donné par l'équation (3.12). Donc, on a :

$$\lambda_{fd1} = K_M w_{fd} w_1 I_1 (P_d \cos(\theta - \gamma_1)) \quad (3.21)$$

et

$$L_{fd1} = K_M w_{fd} w_1 (P_d \cos(\theta - \gamma_1)) \quad (3.22)$$

Les inductances mutuelles entre le sous-enroulement majeur et les enroulements d'amortisseur peuvent être calculées de la même manière.

Inductance de fuite – Les flux de fuite des sous-enroulements embrassent uniquement les sous-enroulements eux-mêmes. Si le flux de fuite de chaque conducteur est supposé identique, l'inductance de fuite du sous-enroulement majeur peut être calculée par :

$$L_{1\ell} = \frac{w_1'}{2w_s} L_\ell \quad (3.23)$$

où w_1 est le total des spires du sous-enroulement majeur. L'inductance de fuite du sous-enroulement mineur est obtenue de la même manière.

3.3 Modèle de la machine à enroulements partitionnés

Les trois enroulements statoriques peuvent être partitionnés en deux sous-enroulements respectivement, donc la machine est considérée comme étant un système de neuf enroulements couplés magnétiquement. Ils sont définis au tableau III. La figure 13 montre la représentation d'une machine synchrone par 9 enroulements.

Tableau III

Enroulements partitionnés de la machine synchrone

Numéro d'enroulement	Description
1	Sous-enroulement majeur de la phase a
2	Sous-enroulement mineur de la phase a
3	Sous-enroulement majeur de la phase b
4	Sous-enroulement mineur de la phase b
5	Sous-enroulement majeur de la phase c
6	Sous-enroulement mineur de la phase c
7	Enroulement fd d'inducteur
8	Enroulement kd d'amortisseur d'axe d
9	Enroulement kq d'amortisseur d'axe q

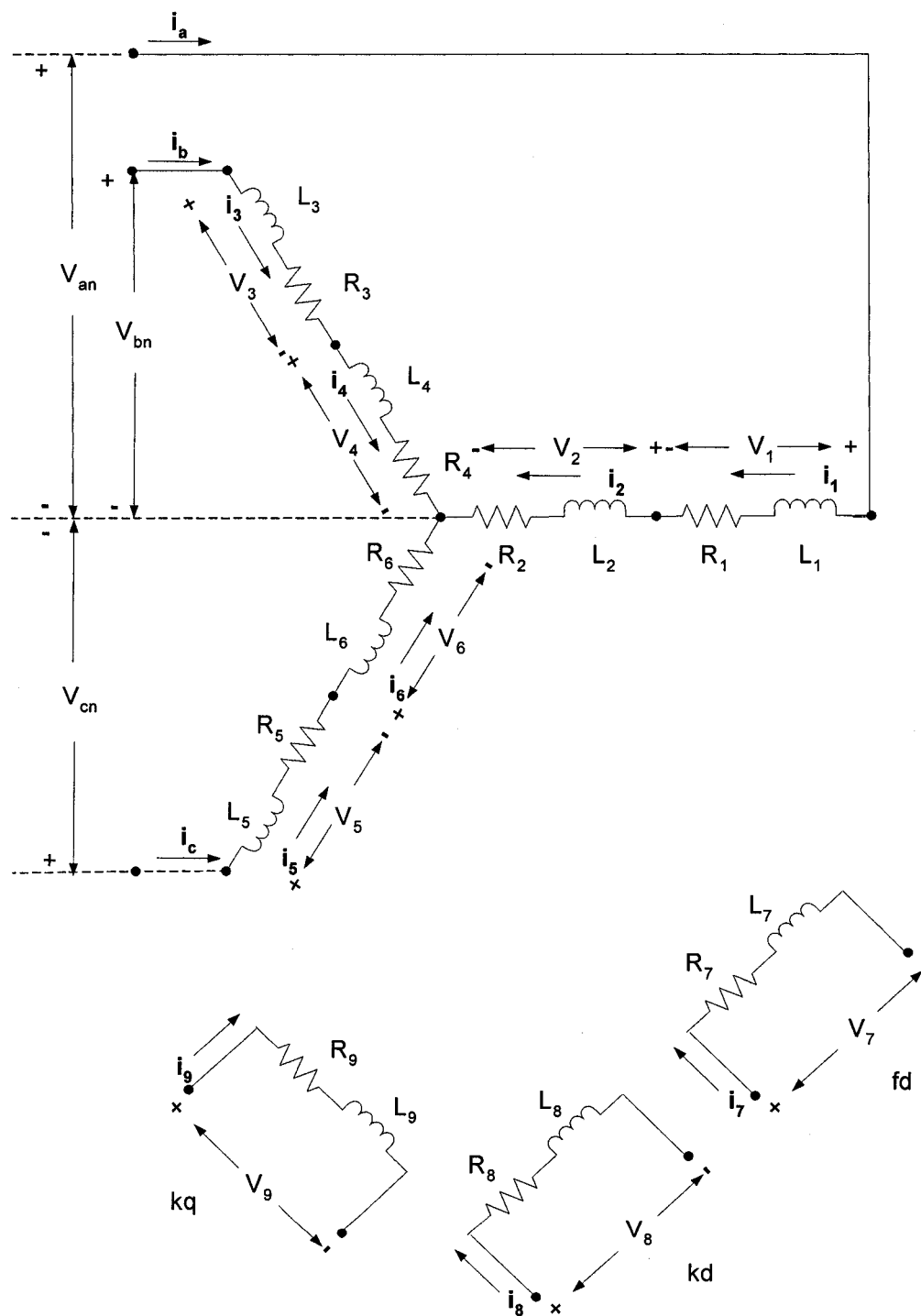


Figure 13 Représentation de la machine synchrone par 9 enroulements

Les équations de tension aux bornes des enroulements s'écrivent :

$$\begin{bmatrix} \tilde{v}_s \\ \tilde{v}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [R_s] & 0 \\ 0 & [R_r] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_s \\ \tilde{i}_r \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{\lambda}_s \\ \tilde{\lambda}_r \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{\lambda}_s \\ \tilde{\lambda}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_{ss}(\theta)] & [L_{sr}(\theta)] \\ [L_{sr}(\theta)]^T & [L_{rr}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_s \\ \tilde{i}_r \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

où

$$\tilde{v}_s = \begin{Bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_6 \end{Bmatrix} \quad \tilde{v}_r = \begin{Bmatrix} v_7 \\ v_8 \\ v_9 \end{Bmatrix} \quad \tilde{i}_s = \begin{Bmatrix} i_1 \\ \vdots \\ i_6 \end{Bmatrix} \quad \tilde{i}_r = \begin{Bmatrix} i_7 \\ i_8 \\ i_9 \end{Bmatrix} \quad \tilde{\lambda}_s = \begin{Bmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_6 \end{Bmatrix} \quad \tilde{\lambda}_r = \begin{Bmatrix} \lambda_7 \\ \lambda_8 \\ \lambda_9 \end{Bmatrix}$$

Les matrices d'inductance et de résistance s'expriment comme :

$$[L(\theta)]_{9 \times 9} = \begin{bmatrix} [L_{ss}(\theta)] & [L_{sr}(\theta)] \\ [L_{sr}(\theta)]^T & [L_{rr}] \end{bmatrix} \quad [R] = \begin{bmatrix} [R_s] & 0 \\ 0 & [R_r] \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

où

$L_{ss}(\theta)_{6 \times 6}$ contient les termes d'inductance propre et mutuelle du stator

$L_{sr}(\theta)_{3 \times 6}$ contient les termes d'inductance mutuelle entre le stator et le rotor, et

$L_{rr}(\theta)_{3 \times 3}$ contient les termes d'inductance propre et mutuelle du rotor.

$$[R_s] = \text{diag}\{R_1 \quad \dots \quad R_6\} \quad [R_r] = \text{diag}\{R_7 \quad R_8 \quad R_9\}$$

Matrice $[L_{ss}]$ – À partir des expressions présentées dans les équations (3.16~19), les termes dans la matrice d'inductance statorique $[L_{ss}]$ sont de la forme suivante :

$$L_{ij}(\theta) = L_{ij0} + L_{ij2} \cos(2\theta_{ij}) \quad i, j \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad (3.27)$$

où

$$L_{ii0} = L_{i\ell} + K_M w_i^2 \left(\frac{P_d + P_q}{2} \right) \quad \text{si } i = j$$

$$L_{ij0} = K_M w_i w_j \left(\frac{P_d + P_q}{2} \right) \cos(\gamma'_i - \gamma'_j) \quad \text{si } i \neq j$$

$$L_{ij2} = K_M w_i w_j \left(\frac{P_d - P_q}{2} \right)$$

et

$$\theta_{ij} = \theta - \frac{\gamma'_i + \gamma'_j}{2}$$

$$\gamma'_k = \gamma_k \quad k = 1, 2$$

$$\gamma'_k = \gamma_k + 2\pi / 3 \quad k = 3, 4$$

$$\gamma'_k = \gamma_k - 2\pi / 3 \quad k = 5, 6$$

Matrice $[L_{sr}]$ – À partir des expressions présentées dans l'équation (3.22), les termes de la matrice d'inductance mutuelle entre stator et rotor $[L_{sr}]$ sont de la forme suivante :

$$L_{ij}(\theta) = L_{ij} \cos \theta_{ij} \quad i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad \text{et} \quad j = \{7, 8, 9\} \quad (3.28)$$

où

$$L_{ij} = K_M w_i w_j P_d \quad j = 7, 8$$

$$= K_M w_i w_j P_q \quad j = 9$$

$$\theta_{ij} = \theta - \gamma'_i$$

L'angle γ'_i est défini de la même façon que celui de la matrice $[L_{ss}]$.

Matrice $[L_{rr}]$ - Du fait que les enroulements rotoriques ne sont pas partitionnés, la matrice d'inductance rotorique garde les mêmes valeurs que celle de la machine normale.

Les expressions complètes des inductances de la machine à enroulements partitionnés sont montrées dans l'annexe 2.

En effet, les valeurs des perméances P_d , P_q et K_M ne sont pas disponibles. En introduisant les termes L_g , L_s , L_{Fa} , L_{Qa} , L_{Da} présentés dans le chapitre 2, les expressions des inductances de la machine à enroulements partitionnés peuvent s'exprimer à l'aide de valeurs connues. Par exemple, les expressions des inductances L_{11} , L_{12} peuvent s'écrire comme :

$$L_{11}(\theta) = L_{1\ell} + \left(\frac{w_1}{w_s}\right)^2 L_g + \left(\frac{w_1}{w_s}\right)^2 L_s \cos 2(\theta - \gamma_1) \quad (3.29)$$

$$L_{12}(\theta) = \left(\frac{w_1}{w_s}\right) \left(\frac{w_2}{w_s}\right) L_g \cos(\gamma_1 - \gamma_2) + \left(\frac{w_1}{w_s}\right) \left(\frac{w_2}{w_s}\right) L_s \cos 2\left(\theta - \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2}\right) \quad (3.30)$$

De plus, le nombre effectif de spires des enroulements d'amortisseur n'est pas disponible, les grandeurs du rotor sont donc généralement représentées en grandeurs relatives par rapport au stator. Les expressions complètes des inductances de la machine à enroulements partitionnés en grandeur relative sont montrées dans l'annexe 2.

3.4 Représentations d'état de la machine à enroulements partitionnés sous les diverses conditions

À partir des équations (3.24~25) et en considérant les grandeurs relatives du rotor, les équations de tension aux bornes des enroulements de la machine à enroulements partitionnés deviennent :

$$\begin{bmatrix} \tilde{v}_s \\ \tilde{v}_r' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [R_s] & 0 \\ 0 & [R_r'] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_s \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{\lambda}_s \\ \tilde{\lambda}_r' \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{\lambda}_s \\ \tilde{\lambda}_r' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_{ss}(\theta)] & [L'_{sr}(\theta)] \\ \frac{2}{3}[L'_{sr}(\theta)]^T & [L'_{rr}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_s \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

La représentation d'état de la machine s'exprime par :

$$\begin{bmatrix} [L_{ss}(\theta)] & [\dot{L}_{sr}(\theta)] \\ \left[\frac{2}{3}[\dot{L}_{sr}(\theta)]^T\right] & [\dot{L}_{rr}] \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{i}_s \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[R_s] - \frac{d}{dt}[L_{ss}(\theta)] & -\frac{d}{dt}[\dot{L}_{sr}(\theta)] \\ -\frac{2}{3}\frac{d}{dt}[\dot{L}_{sr}(\theta)]^T & -[R_r'] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_s \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{v}_s \\ \tilde{v}_r' \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

L'équation (3.33) décrit le comportement de la machine avec enroulements statoriques partitionnés. C'est un système d'ordre 9, dont les variables d'état sont les courants circulant dans les neuf enroulements. S'il n'y a pas de défaut dans la machine (condition normale), comme montré à la figure 3.5, les courants parcourant les sous-enroulements de la même phase sont égaux ($i_1 = i_2$, $i_3 = i_4$, $i_5 = i_6$), trois variables d'état parmi neuf dépendent linéairement des trois autres variables. Par conséquent, le nombre d'équations du système doit être réduit de trois. Il est clair que la représentation d'état (3.33) doit être réduite pour tous les types de défauts sauf pour le défaut de trois phases où les courants des sous-enroulements sont indépendants. La réduction de la représentation d'état peut être réalisée en appliquant la relation entre les variables.

Condition normale - En se référant à la figure 3.5, il existe les relations suivantes pour le modèle à enroulements partitionnés dans la condition normale :

$$\begin{aligned} i_1 = i_2 = i_a \quad i_3 = i_4 = i_b \quad i_5 = i_6 = i_c \\ \frac{di_1}{dt} = \frac{di_2}{dt} = \frac{di_a}{dt} \quad \frac{di_3}{dt} = \frac{di_4}{dt} = \frac{di_b}{dt} \quad \frac{di_5}{dt} = \frac{di_6}{dt} = \frac{di_c}{dt} \\ v_1 + v_2 = v_{an} \quad v_3 + v_4 = v_{bn} \quad v_5 + v_6 = v_{cn} \end{aligned} \quad (3.34)$$

En éliminant les courants dépendants à partir des relations (3.34), la représentation d'état (3.33) devient :

$$\begin{bmatrix} [u][L_{ss}(\theta)][u]^T & [u][\dot{L}_{sr}(\theta)] \\ \left(\frac{2}{3}[u][\dot{L}_{sr}(\theta)]^T\right) & [\dot{L}_{rr}] \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{abc} \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[u]([R_s] - \frac{d}{dt}[L_{ss}(\theta)][u]^T & -[u]\frac{d}{dt}[\dot{L}_{sr}(\theta)] \\ -\frac{d}{dt}\left(\frac{2}{3}[u][\dot{L}_{sr}(\theta)]^T\right) & -[R_r'] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{abc} \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{v}_{abcn} \\ \tilde{v}_r' \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

où

$$\tilde{i}_{abc} = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad \tilde{v}_{abcn} = \begin{bmatrix} v_{an} \\ v_{bn} \\ v_{cn} \end{bmatrix} \quad [u] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Les variables dans l'équation (3.35) sont indépendantes. Donc on peut résoudre cette équation par des méthodes numériques.

Défaut d'une phase mise à la terre - On suppose que le défaut a lieu dans la phase a . Les courants i_1 et i_2 ne sont plus identiques à cause de la présence du courant mis à la terre au point de défaut. Mais pour les phases b et c , il existe les relations suivantes :

$$\begin{aligned} i_3 = i_4 = i_b \quad i_5 = i_6 = i_c \\ \frac{di_3}{dt} = \frac{di_4}{dt} = \frac{di_b}{dt} \quad \frac{di_5}{dt} = \frac{di_6}{dt} = \frac{di_c}{dt} \\ v_3 + v_4 = v_b \quad v_5 + v_6 = v_c \end{aligned} \quad (3.36)$$

En éliminant les courants dépendants à partir des relations (3.36), la représentation d'état (3.33) devient :

$$\begin{bmatrix} [u_1][L_{ss}(\theta)][u_1]^T & [u_1][\dot{L}_{sr}(\theta)] \\ \left(\frac{2}{3}[u_1][\dot{L}_{sr}(\theta)]\right)^T & [\dot{L}_{rr}] \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{12bc} \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[u_1]([R_s] - \frac{d}{dt}[L_{ss}(\theta)])[u_1]^T & -[u_1]\frac{d}{dt}[\dot{L}_{sr}(\theta)] \\ -\frac{d}{dt}\left(\frac{2}{3}[u_1][\dot{L}_{sr}(\theta)]\right)^T & -[\dot{R}_{rr}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{12bc} \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{v}_{12bcn} \\ \tilde{v}_r' \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

où

$$\tilde{i}_{12bc} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad \tilde{v}_{12bcn} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_{bn} \\ v_{cn} \end{bmatrix} \quad [u_1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Défaut de deux phases mises à la terre - On suppose qu'un défaut de mise à la terre a lieu dans les phases a et b . Dans ce cas, seuls les courants dans la phase c sont linéairement dépendants. Il existe les relations suivantes :

$$i_5 = i_6 = i_c \quad (3.38)$$

$$v_5 + v_6 = v_c$$

En éliminant les courants dépendants à partir des relations (3.38), la représentation d'état (3.33) devient :

$$\begin{bmatrix} [u_2][L_{ss}(\theta)][u_2]^T & [u_2][\dot{L}_{sr}(\theta)] \\ \left(\frac{2}{3}[u_2][\dot{L}_{sr}(\theta)]\right)^T & [\dot{L}_{rr}] \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{1234c} \\ \tilde{i}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[u_2]\left(\dot{R}_s - \frac{d}{dt}[L_{ss}(\theta)]\right)[u_2]^T & -[u_2]\frac{d}{dt}[\dot{L}_{sr}(\theta)] \\ -\frac{d}{dt}\left(\frac{2}{3}[u_2][\dot{L}_{sr}(\theta)]\right)^T & -[\dot{R}_{rr}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{1234c} \\ \tilde{i}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{v}_{1234cn} \\ \tilde{v}_r \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

où

$$\tilde{i}_{1234c} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_c \end{bmatrix} \quad \tilde{v}_{1234cn} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_{cn} \end{bmatrix} \quad [u_2] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Défaut entre deux phases - On suppose qu'un défaut a lieu entre les phases a et b . Dans ce cas, il existe les relations suivantes :

$$i_2 - i_1 = i_3 - i_4 \quad i_5 = i_6 = i_c \quad v_2 = v_4 \quad (3.40)$$

$$v_1 + v_2 = v_a \quad v_3 + v_4 = v_b \quad v_5 + v_6 = v_c$$

En éliminant les courants dépendants à partir des relations (3.40), la représentation d'état (3.33) devient :

$$\begin{bmatrix} [u_3][L_{ss}(\theta)][u_3]^T & [u_3][\dot{L}_{sr}(\theta)] \\ \left(\frac{2}{3}[u_3][\dot{L}_{sr}(\theta)]\right)^T & [\dot{L}_{rr}] \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{134c} \\ \tilde{i}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[u_3]\left(\dot{R}_s - \frac{d}{dt}[L_{ss}(\theta)]\right)[u_3]^T & -[u_3]\frac{d}{dt}[\dot{L}_{sr}(\theta)] \\ -\frac{d}{dt}\left(\frac{2}{3}[u_3][\dot{L}_{sr}(\theta)]\right)^T & -[\dot{R}_{rr}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{134c} \\ \tilde{i}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{v}_{134cn} \\ \tilde{v}_r \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

où

$$\tilde{i}_{134c} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_c \end{bmatrix} \quad \tilde{v}_{134cn} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_{cn} \end{bmatrix} \quad [u_3] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Défaut de trois phases mises à la terre - Pour ce type de défaut, il n'y a pas de dépendance entre les courants des sous-enroulements. Donc, la représentation d'état de la machine garde la même expression que l'équation (3.33) :

$$\begin{bmatrix} [L_{ss}(\theta)] & [\dot{L}_{sr}(\theta)] \\ \frac{2}{3}[\dot{L}_{sr}(\theta)]^T & [\dot{L}_{rr}] \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{123456} \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} -\frac{d}{dt}[L_{ss}(\theta)] & -\frac{d}{dt}[\dot{L}_{sr}(\theta)] \\ -\frac{2}{3}\frac{d}{dt}[\dot{L}_{sr}(\theta)]^T & -[R_r'] \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \tilde{i}_{123456} \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{v}_{123456n} \\ \tilde{v}_r \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

où

$$\tilde{i}_{123456} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix} \quad \tilde{v}_{123456n} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \end{bmatrix}$$

3.5 Résultats de simulation en modèle simplifié des défauts internes

Les équations (3.35), (3.37), (3.39), (3.41) et (3.42) sont les représentations d'état qui décrivent le comportement d'une machine synchrone dans le cas normal, de défaut d'une phase mise à la terre, de deux phases mises à la terre, de défaut entre deux phases et de trois phases mises à la terre respectivement. En utilisant une méthode numérique appropriée, comme Runge-Kutta d'ordre 4, les courants dans les sous-enroulements de la machine synchrone peuvent être calculés. Comme dans le modèle *abc*, les coefficients

des équations différentielles sont fonction du temps car les inductances des modèles dépendent de la position du rotor.

Les modèles de défaut internes sont établis pour étudier le comportement de la machine dans le cas de défaut. Donc, avant le défaut, l'équation (3.35) est d'abord résolue. Lorsqu'un défaut a lieu, une équation parmi (3.37), (3.39), (3.41) et (3.42) est choisie pour la résolution d'après le type de défaut. Les conditions initiales des équations de défaut sont les valeurs finales de l'équation (3.35). Ce processus est montré sur la figure 14.

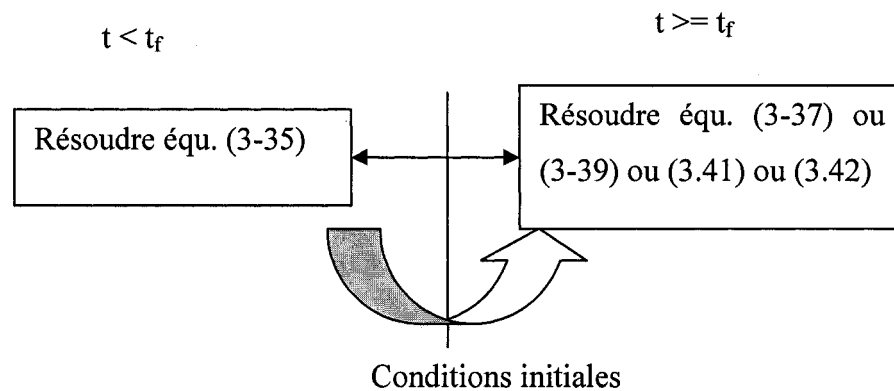


Figure 14 Processus de simulation

Le modèle de la machine peut être implanté dans un environnement MATLAB/SIMULINK. La position du défaut est spécifiée en pourcentage, mesurée du neutre au terminal de phase. Les résultats de simulation d'un défaut mis à la terre dans la phase a sont montrés à la figure 15. Les paramètres de la machine sont définis dans le tableau I dans la chapitre 2.

La machine fonctionne comme un générateur avec un facteur de puissance de 0.866 avant le défaut. Le temps de simulation est de 0.20 seconde, avec un défaut à 50% de la phase a . Les courants i_1 , i_2 des sous-enroulements de la phase a sont identiques avant le

défaut. Après le défaut, i_1 , i_2 changent brusquement et deviennent très élevés. Les résultats montrent aussi des changements importants des courants i_b , i_c dans les phases b et c . Une composante de 120 Hz apparaît lors du transitoire au niveau des enroulements rotoriques. Les résultats de simulation d'un défaut de deux phases (50%) mise à la terre sont montrés à la figure 16.

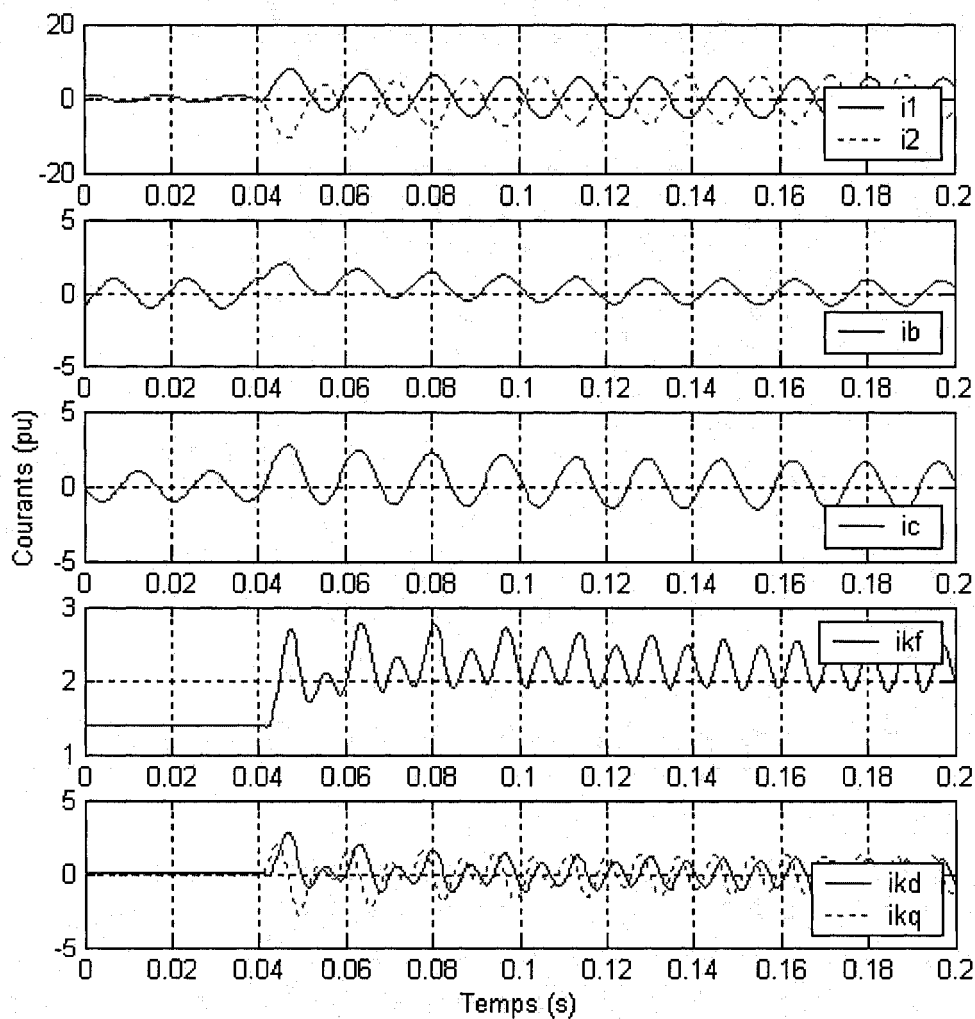


Figure 15 Courants simulés de la machine synchrone lors d'un défaut d'une phase mise à la terre par le modèle simplifié

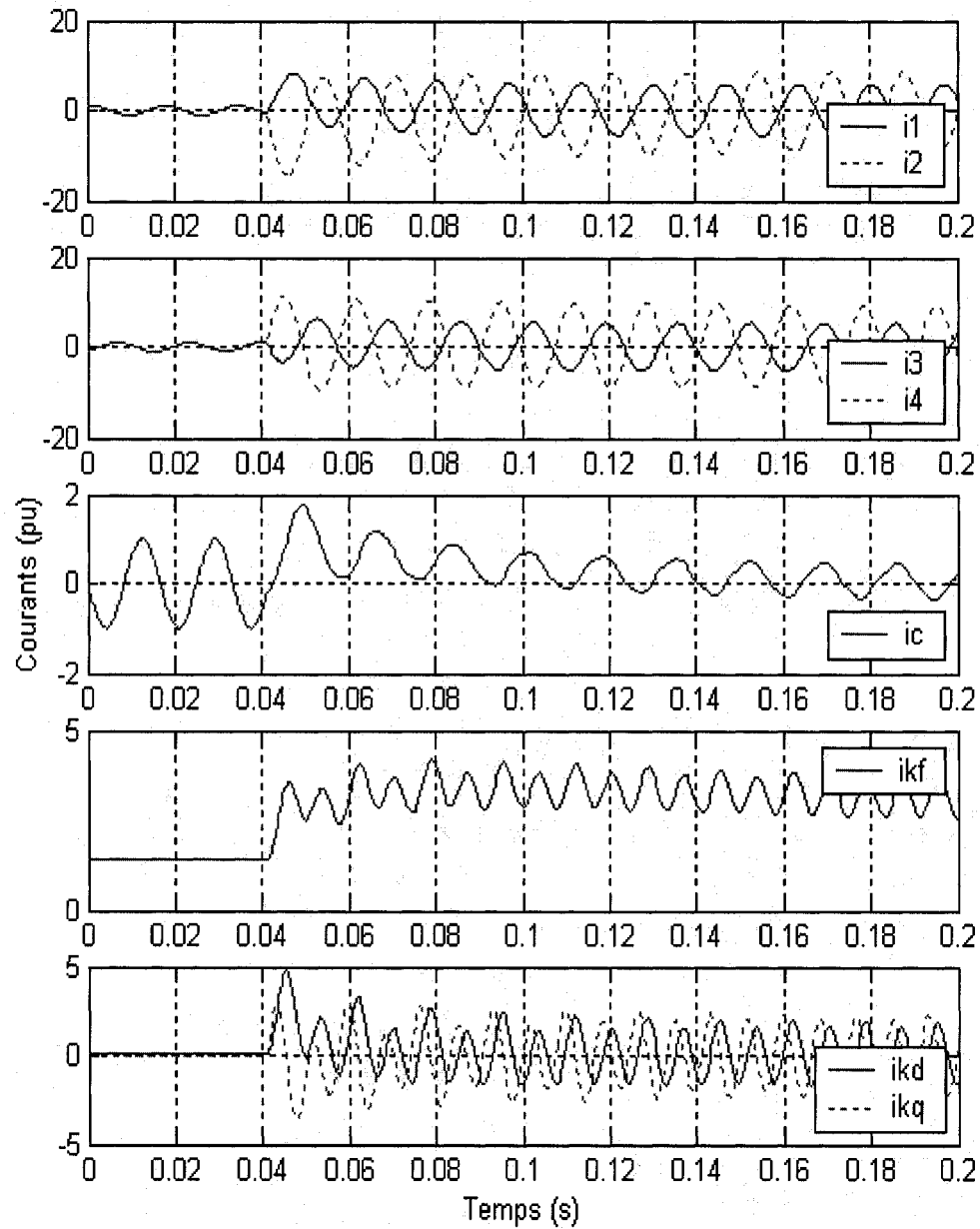


Figure 16 Courants simulés de la machine synchrone lors d'un défaut de deux phases mises à la terre par le modèle simplifié

3.6 Conclusion

Un modèle simplifié de défauts internes de la machine synchrone a été présenté dans ce chapitre. Basé sur l'hypothèse simplificatrice que les enroulements sont à distribution sinusoïdale, ce modèle ne nécessite que les paramètres électriques de la machine synchrone et il est facile à implanter dans des programmes de simulation. Plusieurs types de défauts internes dans l'enroulement statorique peuvent être étudiés. Par conséquent, ce modèle peut être utilisé dans la conception et le développement de la protection d'une machine synchrone. De plus, si on intègre ce modèle dans le programme de simulation de réseau, le comportement de celui-ci sous l'influence de la machine défectueuse peut aussi être étudié.

Cependant, les résultats de simulation sont approximatifs car seule l'harmonique fondamentale de la f.m.m. du sous-enroulement dans le calcul des inductances est prise en compte, c'est-à-dire que l'on considère que les sous-enroulements de la machine synchrone sont aussi à distribution sinusoïdale. En fait, dans le cas de défaut, en plus de l'harmonique fondamentale, les sous-enroulements peuvent produire d'autres harmoniques d'espace. Donc, l'absence des harmoniques d'ordres supérieurs dans le calcul des inductances va produire des résultats imprécis. De plus, ce modèle simplifié ne tient pas compte de l'emplacement réel des conducteurs des bobines au stator, donc il ne peut pas s'appliquer aux machines synchrones ayant plusieurs parties parallèles par phase.

CHAPITRE 4

CALCUL DES INDUCTANCES DES ENROULEMENTS ARBITRAIRES DE LA MACHINE SYNCHROME AVEC PARAMÈTRES GÉOMÉTRIQUES

Le calcul des inductances des enroulements défectueux est la clé pour modéliser les défauts internes de la machine synchrone. Dans le chapitre 3, en prenant l'hypothèse simplificatrice que les enroulements sont à distribution sinusoïdale, nous avons présenté une technique de partitionnement des enroulements statoriques. Cette technique permet de calculer les inductances des enroulements défectueux à partir des paramètres électriques de la machine. Seule l'harmonique d'espace fondamentale des enroulements est prise en compte dans le calcul des inductances, c'est-à-dire que tous les sous-enroulements de la machine sont considérés à distribution sinusoïdale. Mais ceci ne correspond pas au cas réel.

Dans ce chapitre, une nouvelle méthode de détermination des inductances de la machine synchrone en utilisant les paramètres géométriques de la machine synchrone est proposée. Basée sur l'approche de la fonction de bobinage, cette méthode permet de calculer les inductances des enroulements arbitraires en tenant compte de toutes les harmoniques d'espace. Les harmoniques d'espace des enroulements, leurs effets sur les inductances de la machine synchrone, et la méthode de calcul des inductances y sont présentés.

4.1 Harmonique d'espace d'enroulement en cas de défauts internes

Les modèles classiques de la machine synchrone ne considèrent que la première harmonique de la f.m.m. créée par chaque enroulement. Ceci implique que l'enroulement de la machine peut être représenté par un enroulement équivalent à distribution sinusoïdale. Cette hypothèse est valide dans le cas normal où les

enroulements sont répartis symétriquement dans les encoches. Mais un défaut interne change la connexion de l'enroulement, donc déforme la distribution de l'enroulement. De cette déformation, naissent des harmoniques d'espace dans l'entrefer. Comme un défaut interne pourrait avoir lieu à une position quelconque de l'enroulement, l'analyse des harmoniques d'espace de l'enroulement défectueux doit être faite sur les bobines élémentaires.

4.1.1 Harmoniques d'espace d'enroulement dans la machine bipolaire

Soit une machine bipolaire à entrefer constant. Supposons qu'on a une bobine élémentaire de w spires à pas diamétral parcourue par un courant constant I . Les lignes de champ d'une bobine statorique bipolaire et la répartition de la f.m.m. (F) au niveau de l'entrefer sont présentées à la figure 17 (Chatelain, 1983). L'onde de la f.m.m. est de période spatiale 2π , correspondante au double du pas τ de la bobine.

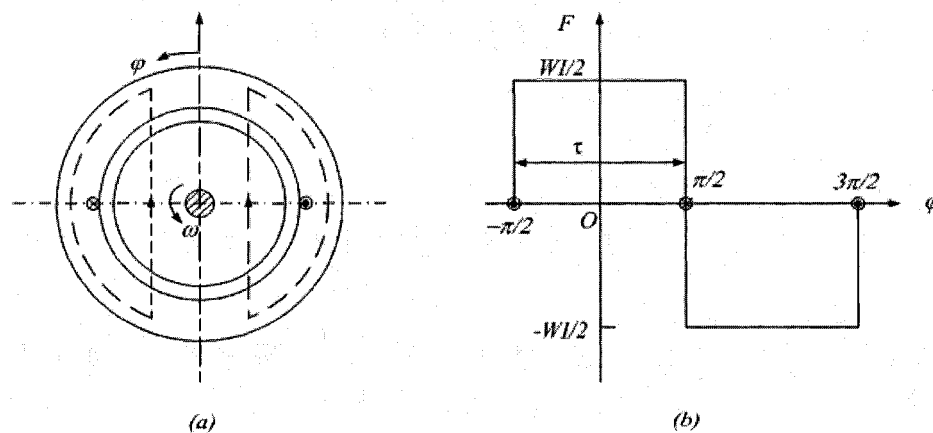


Figure 17 (a) Ligne de champ d'une bobine à pas diamétral; (b) F.m.m. créée par cette bobine

L'onde rectangulaire de la f.m.m. peut être représentée par une série de Fourier comme :

$$F(\varphi) = \frac{2wI}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin(2n+1)\frac{\pi}{2}}{2n+1} \cos(2n+1)\varphi \quad (4.1)$$

Cette série comprend, outre le fondamental, des harmoniques impaires. Les premières harmoniques d'espace de la f.m.m. sont représentées à la figure 18. Du fait que ce type de bobine élémentaire crée les harmoniques d'espace impaires, on en déduit qu'un défaut interne dans les enroulements à pas diamétral pourrait générer les harmoniques d'espace impaires.

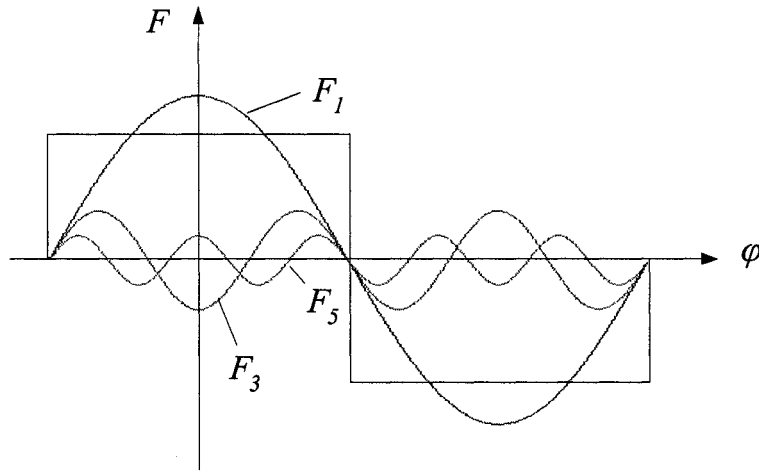


Figure 18 Décomposition en série de Fourier de la f.m.m. d'une bobine à pas diamétral

Si la bobine est à pas raccourci ($\tau < \pi$), les valeurs maximale F^+ et minimale F^- de la f.m.m. créée par cette bobine peuvent être déterminées grâce aux deux relations suivantes :

$$1) \text{ Théorème d'Ampère : } F^+ - F^- = wI \quad (4.2)$$

$$2) \text{ Loi de Gauss: } \frac{F^+ \mu_0}{g} \tau + \frac{F^- \mu_0}{g} (2\pi - \tau) = 0 \quad (4.3)$$

où g est la longueur de l'entrefer de la machine, supposée constante.

On obtient ainsi :

$$F^+ = \frac{2\pi - \tau}{2\pi} wI \quad (4.4)$$

$$F^- = -\frac{\tau}{2\pi} wI \quad (4.5)$$

La distribution de la f.m.m. $F(\varphi)$ peut être écrite sous la forme suivante :

$$F(\varphi) = \begin{cases} \frac{2\pi - \tau}{2\pi} wI & -\tau/2 \leq \varphi \leq \tau/2 \\ -\frac{\tau}{2\pi} wI & \tau/2 < \varphi < 2\pi - \tau/2 \end{cases} \quad (4.6)$$

La répartition de la f.m.m. de la bobine à pas raccourci est présentée à la figure 19. En décomposant en série de Fourier, on obtient une série qui contient les harmoniques paires et impaires comme :

$$F(\varphi) = \frac{2wI}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_r}{n} \cos n\varphi \quad (4.7)$$

où $k_r = \sin \frac{n\tau}{2}$ est le facteur de raccourcissement.

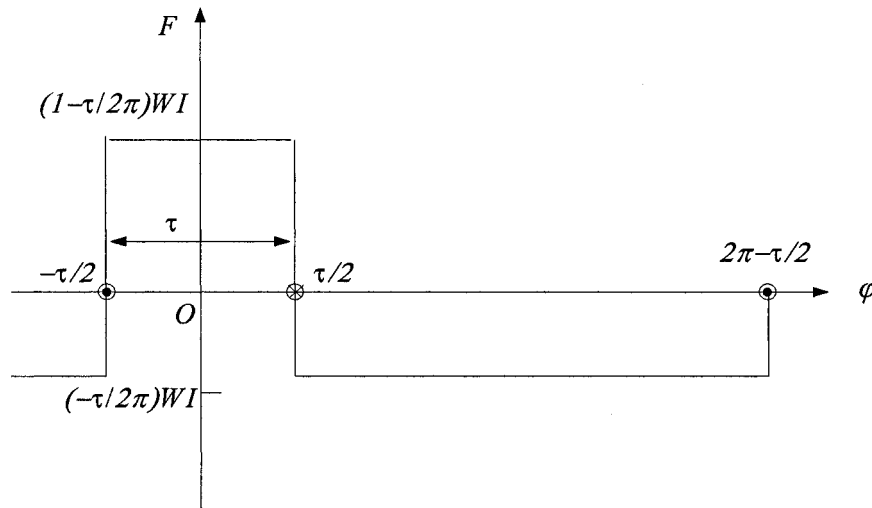


Figure 19 Répartition de la f.m.m. d'une bobine à pas raccourci

Lors de la conception de la machine, en fait, un enroulement à pas raccourci, conduit à au moins deux bobines, comportant donc chacune $w/2$ spires, décalées de l'angle π et parcourues par un courant en sens inverse (Lesenne, Notelet, & Séguier, 1981). Ce procédé permet d'éliminer les harmoniques paires. Donc, pour les enroulements normaux, il existe uniquement les harmoniques impaires. Mais comme un défaut interne pourrait se produire au milieu de la connexion des deux bobines, on en déduit qu'un défaut interne dans les enroulements à pas raccourci pourrait générer les harmoniques paires et impaires.

4.1.2 Harmoniques d'espace d'enroulement dans la machine multipolaire

Considérons d'abord le cas normal. Pour une machine à enroulement multipolaire réparti, la distribution d'une paire de pôles est répétée p fois sur la surface intérieure du stator. La distribution spatiale de la f.m.m. créée par un enroulement à 4 pôles parcouru par un courant constant I est illustrée à la figure 20, où le nombre total de spires est $8w$.

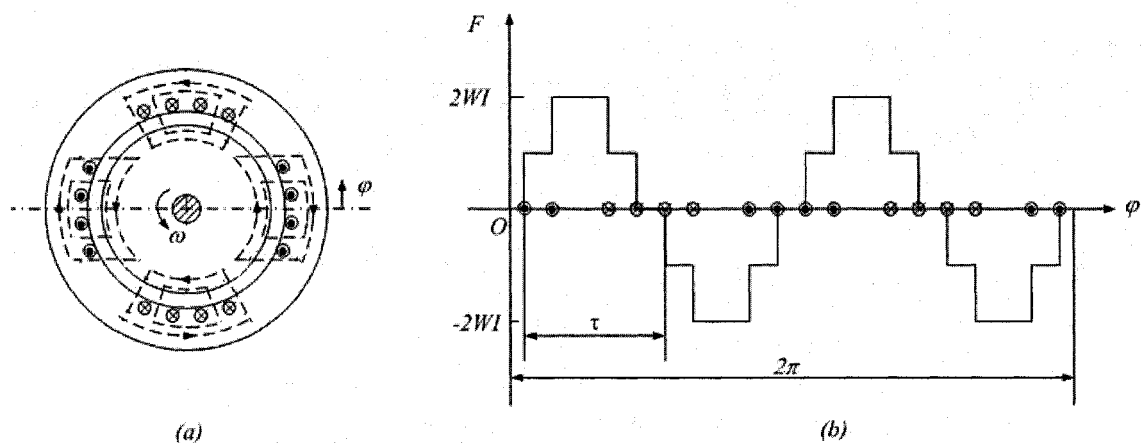


Figure 20 (a) Lignes de champ d'un enroulement réparti à 4 pôles; (b) F.m.m. créée par cet enroulement

Un point d'abscisse curviligne φ , dans une distribution spatiale de la f.m.m. à $2p$ pôles, est un angle géométrique dit 'mécanique', qui correspond à un angle électrique φ_e :

$$\varphi_e = p\varphi \quad (4.8)$$

De la même manière, le pas mécanique d'une bobine, dans une machine à $2p$ pôles, correspond à un pas électrique τ_e :

$$\tau_e = p\tau \quad (4.9)$$

Considérons l'onde de la f.m.m. représentée à la figure 20. Si le pas mécanique de la bobine élémentaire τ est égal à $\pi/2$ (pas diamétral dans le référentiel électrique), en décomposant cette onde, on obtient :

$$F(\varphi) = \frac{8wI}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{k_{e,2n+1}}{2n+1} \cos 2(2n+1)\varphi \quad (4.10)$$

avec

$$k_{e,2n+1} = \frac{\sin m(2n+1)\beta/2}{m \sin(2n+1)\beta/2}$$

où $k_{e,2n+1}$ est le facteur d'étalement de l'harmonique d'ordre $2n+1$, qui est le coefficient de réduction par rapport à ce que l'on obtient dans le cas d'une bobine élémentaire, déterminé par le pas β d'encoche et le nombre m de bobine élémentaire.

Pour une machine à $2p$ pôles, il est usuel d'appeler l'onde correspondant à la fréquence de base de la machine, soit $n = p$, l'harmonique fondamentale. Les ondes d'ordre $n > p$ sont dites harmoniques et d'ordre $n < p$ sous-harmoniques (Chatelain, 1983). Donc, l'harmonique fondamentale de la machine à 4 pôles est l'harmonique d'ordre 2 dans le référentiel de l'angle mécanique. Si on remplace l'angle φ par l'angle électrique φ_e pour l'équation (4.10), on obtient :

$$F(\varphi_e) = \frac{8wI}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{k_{e,2n+1}}{2n+1} \cos(2n+1)\varphi_e \quad (4.11)$$

Cette série ne contient que les harmoniques impaires, comme celles de l'enroulement bipolaire à pas diamétral. Du fait de l'absence de sous-harmoniques pour l'enroulement multipolaire normal, la décomposition de la f.m.m. peut s'effectuer sur la période électrique de la distribution de la f.m.m., c'est-à-dire sur une paire de pôles. Dans l'analyse de la machine électrique, en considérant la répétition de la distribution de l'enroulement normal sur une paire de pôles, l'angle électrique est souvent utilisé pour simplifier l'analyse (Chatelain, 1983).

Considérons maintenant une bobine élémentaire de l'enroulement multipolaire de la machine à 4 pôles. D'après le théorème d'Ampère et la loi de Gauss, les valeurs maximale F^+ et minimale F^- de la f.m.m. créée par cette bobine sont :

$$F^+ = \frac{3}{4} wI \quad (4.12)$$

$$F^- = -\frac{1}{4} wI \quad (4.13)$$

Si on choisit une référence statorique centrée au milieu de la bobine, la f.m.m. créée par cette bobine peut s'exprimer comme :

$$F(\varphi) = \begin{cases} \frac{3}{4} wI & -\pi/4 \leq \varphi \leq \pi/4 \\ -\frac{1}{4} wI & \pi/4 < \varphi < 7\pi/4 \end{cases} \quad (4.14)$$

La répartition de la f.m.m. de la bobine dans l'entrefer est présentée à la figure 21. En décomposant en série de Fourier, on obtient :

$$F(\varphi) = \frac{2wI}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_r}{n} \cos n\varphi \quad (4.15)$$

où $k_r = \sin \frac{n\pi}{4}$ est le facteur de raccourcissement.

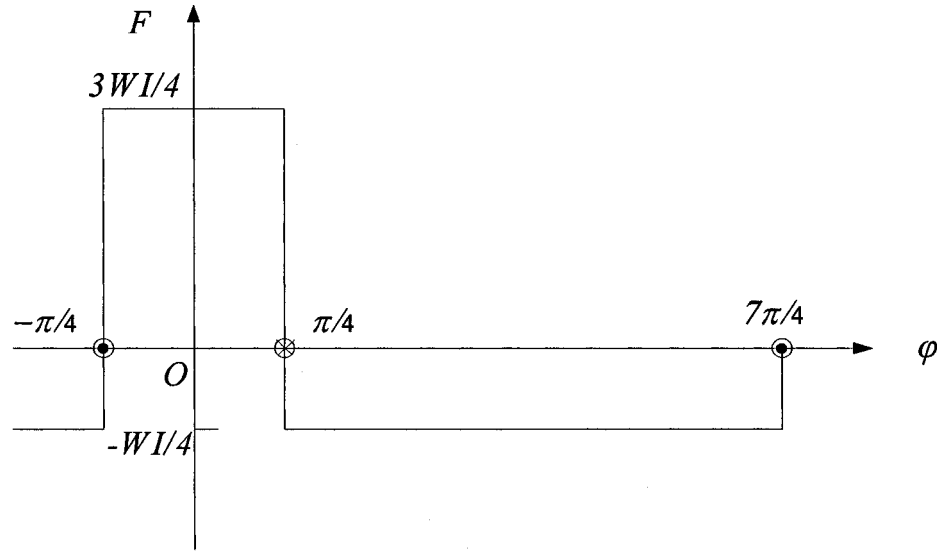


Figure 21 Répartition de la f.m.m. d'une bobine à pas diamétral de la machine à 4 pôles

En forme développée, la distribution de la f.m.m. devient :

$$F(\varphi) = \frac{2wI}{\pi} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos \varphi + \frac{1}{2} \cos 2\varphi + \dots + \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{4} \cos n\varphi + \frac{1}{n+1} \sin \frac{(n+1)\pi}{4} \cos(n+1)\varphi \dots \right) \quad (4.16)$$

On peut voir qu'elle contient toutes les harmoniques, paires et impaires dans le référentiel de l'angle mécanique. En remplaçant l'angle mécanique φ par l'angle électrique φ_e , on obtient :

$$F(\varphi_e) = \frac{2wI}{\pi} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos \frac{1}{2} \varphi_e + \frac{1}{2} \cos \varphi_e + \dots + \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{4} \cos \frac{n}{2} \varphi_e + \frac{1}{n+1} \sin \frac{(n+1)\pi}{4} \cos \frac{n+1}{2} \varphi_e \dots \right) \quad (4.17)$$

Les composantes de la f.m.m. peuvent être groupées en trois types :

- 1) Une sous-harmonique $\frac{\sqrt{2}wI}{\pi} \cos \frac{1}{2} \varphi_e$ ($n=1$);
- 2) Une harmonique fondamentale $\frac{wI}{\pi} \cos \varphi_e$ ($n=2$);
- 3) Des harmoniques supérieures $\frac{2wI}{\pi} \sin \frac{n\pi}{4} \cos \frac{n}{2} \varphi_e$ ($n>2$).

En général, la f.m.m. créée par une bobine arbitraire de w spires de la machine à $2p$ pôles, dans le référentiel de l'angle mécanique, peut s'exprimer comme :

$$F(\varphi) = \frac{2wI}{\pi} \left(\sin \frac{\tau}{2} \cos \varphi + \frac{1}{2} \sin \frac{2\tau}{2} \cos 2\varphi + \dots + \frac{1}{n} \sin \frac{n\tau}{2} \cos n\varphi + \frac{1}{n+1} \sin \frac{(n+1)\tau}{2} \cos (n+1)\varphi + \dots \right) \quad (4.18)$$

où τ est le pas mécanique de la bobine.

En remplaçant l'angle mécanique φ par l'angle électrique φ_e , la f.m.m. peut s'exprimer :

$$F(\varphi_e) = \frac{2wI}{\pi} \left(\sin \frac{\tau}{2} \cos \frac{1}{p} \varphi_e + \frac{1}{2} \sin \frac{2\tau}{2} \cos \frac{2}{p} \varphi_e + \dots + \frac{1}{p} \sin \frac{p\tau}{2} \cos \varphi_e + \frac{1}{p+1} \sin \frac{(p+1)\tau}{2} \cos \frac{p+1}{p} \varphi_e + \dots \right) \quad (4.19)$$

Les composantes de la f.m.m. peuvent être groupées en trois types :

- 1) (p-1) sous-harmoniques $\frac{2wI}{\pi n} \sin \frac{n\tau}{2} \cos \frac{n}{p} \varphi_e$ ($n=1, \dots, p-1$);
- 2) Une harmonique fondamentale $\frac{2wI}{\pi p} \sin \frac{p\tau}{2} \cos \varphi_e$ ($n=p$);
- 3) Des harmoniques supérieures $\frac{2wI}{\pi n} \sin \frac{n\tau}{2} \cos \frac{n}{p} \varphi_e$ ($n=p+1, \dots$).

Cela montre que le nombre de sous-harmoniques de l'enroulement dans le cas de défauts internes dépend du nombre de pôles de la machine. Le nombre de sous-harmoniques va augmenter si le nombre de pôles de la machine augmente. Il faut noter aussi que les sous-harmoniques de la f.m.m. ne peuvent pas être obtenues par la décomposition en série de Fourier dans le référentiel de l'angle électrique. Par conséquent, il est plus convenable d'étudier le défaut interne dans le référentiel de l'angle mécanique. La notion d'angle électrique n'offre aucun avantage dans l'analyse des défauts internes. Dans les sections suivantes, le mot 'angle' est considéré toujours comme l'angle mécanique sauf si l'on déclare explicitement que c'est un angle électrique.

L'analyse ci-dessus montre que dans la machine synchrone, en cas de défauts internes, les harmoniques d'espace, même les sous-harmoniques, vont être créées dans l'entrefer. Les enroulements défectueux ne peuvent pas être simplifiés comme étant des

enroulements à distribution sinusoïdale. Si on veut établir un modèle précis à simuler des défauts internes de la machine synchrone, les harmoniques d'espace (incluant les sous-harmoniques) doivent être considérées dans le calcul des inductances.

4.2 Effet des harmoniques d'espace sur les inductances de la machine synchrone

Malheureusement, il est impossible de déduire une expression analytique de l'inductance d'un enroulement à distribution arbitraire permettant d'étudier l'effet des harmoniques d'espace. Dans cette section, on va considérer un cas simple, soit une machine synchrone bipolaire munie d'enroulements triphasés et équilibrés. Cette analyse nous permet d'étudier l'effet des harmoniques d'espace de l'enroulement statorique sur les inductances de la machine (Lesenne et al, 1981). Bien que ce soit un cas spécial, on pourra en tirer des conclusions importantes.

4.2.1 Expressions des inductances de la machine synchrone bipolaire

Pour une bobine élémentaire à pas diamétral de w_a spires parcourues par un courant I , la forme d'onde de la f.m.m. peut être écrite sous forme d'une série de Fourier comme :

$$F(\varphi) = \frac{2w_a I}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin(2n+1)\pi/2}{2n+1} \cos(2n+1)\varphi \quad (4.20)$$

L'équation (4.20) décrit le cas d'une bobine à pas diamétral. Pratiquement, dans la majorité des machines industrielles, les enroulements sont réalisés à l'aide de m bobines élémentaires de même ouverture, mais décalées deux à deux d'un angle β . Chacune d'elles compte w_a/m spires. La f.m.m. totale en un point de l'entrefer s'obtient en effectuant la somme algébrique de toutes les f.m.m. élémentaires. Ceci nous donne, après simplification :

$$F(\varphi) = \frac{2w_a I}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n+1)\pi/2}{2n+1} \frac{\sin(2n+1)m\beta/2}{m \sin(2n+1)\beta/2} \cos(2n+1)\varphi \quad (4.21)$$

Elle peut être réécrite comme :

$$F(\varphi) = \frac{2w_a I}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} k_e \frac{\sin(2n+1)\pi/2}{2n+1} \cos(2n+1)\varphi \quad (4.22)$$

où $k_e = \frac{\sin m\beta/2}{w \sin n\beta/2}$ est le facteur d'étalement.

D'autres formulations peuvent être développées pour le cas d'une bobine élémentaire à pas raccourci ou encore un enroulement réparti constitué par plusieurs bobines élémentaires à pas raccourci. Toutefois, si on considère le cas général, on trouve que la f.m.m. s'écrit sous la forme suivante :

$$F(\varphi) = \frac{2w_a I}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} k_{2n+1} \cos(2n+1)\varphi \quad (4.23)$$

où k_{2n+1} est la facteur de bobinage pour l'harmonique d'espace de rang $2n+1$ et sera le produit de trois facteurs : le facteur d'étalement, le facteur de raccourcissement et le facteur d'inclinaison.

Pour calculer les inductances de la machine, on doit d'abord calculer la distribution de l'induction créée dans l'entrefer, qui s'écrit :

$$B(\varphi) = F(\varphi) \cdot P \quad (4.24)$$

où P est la perméance de l'entrefer, définie comme la perméabilité sur la longueur d'entrefer. La perméance dépend de l'épaisseur de l'entrefer et du matériel de la machine. Si on considère que la perméabilité du fer est infinie et si on néglige la saturation, la perméance de l'entrefer est calculée par :

$$P(\varphi) = \mu_o / g(\varphi) = \mu_o g^{-1}(\varphi) \quad (4.25)$$

où μ_o est la perméabilité du vide, et $g(\varphi)$ est la variation de l'épaisseur de l'entrefer. Si on choisit une référence centrée sur l'axe d'un pôle saillant, l'expression de l'inverse d'entrefer $g^{-1}(\varphi)$ peut se développer en série de Fourier :

$$g^{-1}(\varphi) = \sum_{h=0}^{\infty} \delta_{2h} * \cos(2h\varphi) \quad (4.26)$$

Supposons que l'axe de l'enroulement a est décalé de θ_a par rapport à celui du pôle saillant. La f.m.m. de l'enroulement en un point de l'entrefer décalé de φ par rapport à l'axe des pôles, donc de $\varphi - \theta_a$ par rapport à son propre axe peut s'écrire :

$$F_a(\varphi) = \frac{2w_a I}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{2n+1}}{2n+1} k_{2n+1}^a \cos(2n+1)(\varphi - \theta_a) \quad (4.27)$$

ou k_{2n+1}^a est le facteur de bobinage de l'enroulement a pour l'harmonique de rang $2n+1$.

Par substitution de cette dernière relation et de l'expression de l'inverse d'entrefer dans l'équation (4.20), on aura l'expression de la distribution de l'induction $B(\varphi)$:

$$\begin{aligned} B(\varphi) &= F_a(\varphi) \cdot \mu_0 \cdot g^{-1}(\varphi) \\ &= \frac{\mu_0 w_a I}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{h=0}^{\infty} \frac{(-1)^n k_{2n+1}^a \delta_{2h}}{2n+1} \{ \cos[(2h+2n+1)\varphi - (2n+1)\theta_a] \\ &\quad + \cos[(2h-2n-1)\varphi + (2n+1)\theta_a] \} \end{aligned} \quad (4.28)$$

Si la machine possède un autre enroulement b de w_b spires dont l'axe fait un angle θ_b avec celui du pôle saillant et si on considère un élément infiniment petit dS de l'entrefer à la surface du stator défini comme :

$$dS = l r d\varphi \quad (4.29)$$

où r est le rayon moyen de l'entrefer et l est la longueur du stator, le flux élémentaire dû à l'enroulement a traversant cette surface est :

$$\begin{aligned} d\lambda &= B dS = \frac{\mu_0 r l w_a I}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{h=0}^{\infty} \frac{(-1)^n k_{2n+1}^a \delta_{2h}}{2n+1} \{ \cos[(2h+n+1)\varphi - (2n+1)\theta_a] \\ &\quad + \cos[(2h-2n-1)\varphi + (2n+1)\theta_a] \} d\varphi \end{aligned} \quad (4.30)$$

Si l'enroulement b est une bobine concentrée à pas diamétral, le flux total créé par l'enroulement a à travers l'enroulement b est donné par :

$$\lambda_{ab}(\varphi) = \frac{\mu_0 r l w_a w_b I}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{h=0}^{\infty} \frac{(-1)^n k_{2n+1}^a \delta_{2h}}{2n+1} \left\{ \int_{\theta_b - \pi/2}^{\theta_b + \pi/2} \cos[(2h+n+1)\varphi - (2n+1)\theta_a] d\varphi \right. \\ \left. + \int_{\theta_b - \pi/2}^{\theta_b + \pi/2} \cos[(2h-2n-1)\varphi + (2n+1)\theta_a] d\varphi \right\} \quad (4.31)$$

Si l'enroulement b est réparti, le facteur de bobinage est utilisé pour corriger le flux total. Donc, il vient :

$$\lambda_{ab}(\varphi) = \frac{\mu_0 r l w_a w_b I}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{h=0}^{\infty} \frac{(-1)^n k_{2n+1}^a \delta_{2h}}{2n+1} \left\{ k_{2h+2n+1}^b \int_{\theta_b - \pi/2}^{\theta_b + \pi/2} \cos[(2h+n+1)\varphi - (2n+1)\theta_a] d\varphi \right. \\ \left. + k_{2h-2n-1}^b \int_{\theta_b - \pi/2}^{\theta_b + \pi/2} \cos[(2h-2n-1)\varphi - (2n+1)\theta_a] d\varphi \right\} \quad (4.32)$$

où

$k_{2h+2n+1}^b, k_{2h-2n-1}^b$ = facteur de bobinage de l'enroulement b pour l'harmonique de rang $2h+2n+1, 2h-2n-1$ respectivement.

Après intégration, regroupement et simplification, l'expression du flux total créé par l'enroulement a à travers l'enroulement b et de l'inductance mutuelle L_{ab} sont :

$$L_{ab} = \frac{\lambda_{ab}}{I} = \frac{\mu_0 r l w_a w_b}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{h=0}^{\infty} \delta_{2h} (-1)^h \frac{k_{2n+1}^a}{2n+1} \frac{k_{2h+2n+1}^b}{2h+2n+1} \cos[(2h+2n+1)\theta_b - (2n+1)\theta_a] \quad (4.33)$$

Cette dernière relation est très générale. Elle sera employée à étudier l'effet des harmoniques d'espace sur les inductances. Puisqu'on s'intéresse aux défauts internes dans les enroulements statoriques, l'effet des harmoniques d'espace des enroulements statoriques est montré. Donc on ne donne que les expressions des inductances relatives aux enroulements statoriques. Quand on ne considère que les enroulements triphasés et équilibrés de la machine bipolaire, on a les relations simplificatrices suivantes :

$$w_a = w_b = w_c = w_s \quad (4.34)$$

$$k_n^a = k_n^b = k_n^c = k_n^s \quad (4.35)$$

où l'exposant s désigne le stator et l'indice n désigne l'harmonique d'ordre n .

Inductances propres des enroulements statoriques – Pour trouver l'expression de l'inductance de magnétisation L_{am} de la phase a , il suffit de substituer les relations suivantes :

$$w_a = w_b = w_s; \quad k_{2h+n+1}^a = k_{2h+n+1}^s; \quad k_{2n+1}^a = k_{2n+1}^s; \quad \theta_a = \theta_b = -\theta \quad (4.36)$$

dans la relation générale (4.33). On a :

$$L_{am} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} L_{2h} \cos 2h\theta \quad (4.37)$$

avec

$$L_{2h} = \frac{\mu_0 r l w_s^2}{2\pi} \delta_{2h} (-1)^h \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{k_{2n+1}^s}{2n+1} \frac{k_{2h+2n+1}^s}{2h+2n+1} \quad (4.38)$$

Les inductances propres des phases b, c peuvent être trouvées de manière similaire.

Inductances mutuelles entre enroulements statoriques -Si dans la relation (4.33) on fait :

$$w_a = w_b = w_s; \quad k_{2h+n+1}^a = k_{2h+n+1}^s; \quad k_{2n+1}^a = k_{2n+1}^s; \quad \theta_a = -\theta, \quad \theta_b = -\theta + 2\pi/3 \quad (4.39)$$

Il vient l'inductance mutuelle L_{ab} entre les phases a et b comme :

$$L_{ab} = \frac{\mu_0 r l w_s^2}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{k_{2n+1}^s}{2n+1} \sum_{h=0}^{\infty} \delta_{2h} (-1)^h \frac{k_{2h+2n+1}^s}{2h+2n+1} \cos \left[2h\theta + (2n+1) \frac{2\pi}{3} \right] \quad (4.40)$$

Après regroupement et simplification, il vient :

$$L_{ab} = \sum_{h=0}^{\infty} M_{2h} \cos 2h\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \quad (4.41)$$

avec

$$M_{2h} = \frac{\mu_0 r l w_s^2}{2\pi} \delta_{2h} (-1)^h \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{k_{2n+1}^s}{2n+1} \frac{k_{2h+2n+1}^s}{2h+2n+1} \cos(2n+1+h) \frac{2\pi}{3} \quad (4.42)$$

Les autres inductances mutuelles entre les phases statoriques peuvent être obtenues de manière similaire.

Inductances mutuelles entre enroulements statoriques et rotoriques - Si dans la relation (4.33) on fait :

$$w_a = w_s, \quad w_b = w_F, \quad k_{2h+n+1}^a = k_{2h+n+1}^s; \quad k_{2n+1}^b = k_{2n+1}^F; \quad \theta_a = -\theta, \quad \theta_b = 0 \quad (4.43)$$

il vient l'inductance mutuelle L_{fda} entre la phase a et l'enroulement inducteur fd comme :

$$L_{fda} = \frac{\mu_0 r l w_s w_F}{2\pi} \sum_{h=0}^{\infty} \delta_{2h} (-1)^h \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{k_{2n+1}^s}{2n+1} \frac{k_{2h+2n+1}^F}{2h+2n+1} \cos(2n+1)\theta \quad (4.44)$$

Après regroupement et simplification, il vient :

$$L_{fda} = \sum_{n=0}^{\infty} M_{FS,2n+1} \cos(2n+1)\theta \quad (4.45)$$

avec

$$M_{FS,(2n+1)} = \frac{\mu_0 r l w_s w_F}{2\pi} \sum_{h=0}^{\infty} \delta_{2h} (-1)^h \sum_{n=0}^{\infty} \frac{k_{2n+1}^s}{2n+1} \left(\frac{k_{2h+2n+1}^F}{2h+2n+1} + \frac{k_{2n+1-2h}^F}{2n+1-2h} \right) \quad (4.46)$$

On constate que les expressions des inductances sont très complexes même dans ce cas le plus simple. Comme nous l'avons mentionné dans la section 4.1, dans le cas d'un défaut interne, la f.m.m. de l'enroulement défectueux contient toutes les harmoniques d'espace, y compris les sous-harmoniques. Il est très difficile de déduire l'expression analytique de l'inductance pour un enroulement arbitraire de cette façon. Donc, une autre méthode de calcul des inductances de la machine doit être trouvée.

4.2.2 Harmoniques des inductances de la machine synchrone bipolaire

Les expressions des inductances permettent d'examiner la relation entre les valeurs des harmoniques des inductances et celle des harmoniques d'espace.

Inductance propre de l'enroulement statorique a - Pour l'inductance propre de l'enroulement a , on a :

$$L_{am} = \sum_{h=0}^{\infty} L_{2h} \cos 2h\theta \quad (4.47)$$

avec

$$L_{2h} = \frac{\mu_0 r l w_s^2}{2\pi} \delta_{2h} (-1)^h \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{k_{2n+1}^s}{2n+1} \frac{k_{2h+2n+1}^s}{2h+2n+1}$$

On trouve que l'harmonique de l'inductance est proportionnelle à l'harmonique de même ordre de l'inverse d'entrefer. Si on a fait $h=0$, la composante directe L_0 est :

$$L_0 = \frac{\mu_0 r l w_s^2}{2\pi} \delta_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\frac{k_{2n+1}^s}{2n+1} \right)^2 = \frac{\mu_0 r l w_s^2}{\pi} \delta_0 \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{k_{2n+1}^s}{2n+1} \right)^2 = \frac{\mu_0 r l w_s^2}{\pi} \delta_0 \left((k_1^s)^2 + \left(\frac{k_3^s}{3} \right)^2 + \left(\frac{k_5^s}{5} \right)^2 + \dots \right) \quad (4.48)$$

L'harmonique fondamentale L_2 s'obtient en faisant $h=1$:

$$\begin{aligned} L_2 &= -\frac{\mu_0 r l w_s^2}{\pi} \delta_2 \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{k_{2n+1}^s}{2n+1} \frac{k_{2n+3}^s}{2n+3} \right) = -\frac{\mu_0 r l w_s^2}{\pi} \delta_2 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{k_{2n+1}^s}{2n+1} \frac{k_{2n+3}^s}{2n+3} - \frac{(k_1^s)^2}{2} \right) \\ &= -\frac{\mu_0 r l w_s^2}{\pi} \delta_2 \left(-\frac{(k_1^s)^2}{2} + k_1^s \frac{k_3^s}{3} + \frac{k_3^s}{3} \frac{k_5^s}{5} + \frac{k_5^s}{5} \frac{k_7^s}{7} + \dots \right) \end{aligned} \quad (4.49)$$

De même, à $h=2$ correspondant L_4 tel que

$$\begin{aligned} L_4 &= \frac{\mu_0 r l w_s^2}{2\pi} \delta_4 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{k_{2n+1}^s}{2n+1} \frac{k_{2n+5}^s}{2n+5} = \frac{\mu_0 r l w_s^2}{\pi} \delta_4 \sum_{n=-1}^{\infty} \frac{k_{2n+1}^s}{2n+1} \frac{k_{2n+5}^s}{2n+5} \\ &= \frac{\mu_0 r l w_s^2}{\pi} \delta_4 \left(-k_1^s \frac{k_3^s}{3} + k_1^s \frac{k_5^s}{5} + \frac{k_3^s}{3} \frac{k_7^s}{7} + \dots \right) \end{aligned} \quad (4.50)$$

à $h=3$ correspondant L_6 tel que

$$\begin{aligned} L_6 &= \frac{\mu_0 r l w_s^2}{2\pi} \delta_6 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{k_{2n+1}^s}{2n+1} \frac{k_{2n+7}^s}{2n+7} = \frac{\mu_0 r l w_s^2}{\pi} \delta_6 \sum_{n=-2}^{\infty} \left(\frac{k_{2n+1}^s}{2n+1} \frac{k_{2n+7}^s}{2n+7} - \frac{1}{2} \left(\frac{k_3^s}{3} \right)^2 \right) \\ &= \frac{\mu_0 r l w_s^2}{\pi} \delta_6 \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{k_3^s}{3} \right)^2 - k_1^s \frac{k_5^s}{5} + \frac{k_3^s}{3} \frac{k_9^s}{9} + \dots \right) \end{aligned} \quad (4.51)$$

L'examen des harmoniques de l'inductance montre que les valeurs de la composante directe L_0 et de harmonique fondamentale L_2 ne dépendent pas uniquement de la composante fondamentale k_1^s de l'harmonique d'espace de la f.m.m., mais aussi des autres harmoniques d'espace (k_3^s, k_5^s, \dots). Si les valeurs des harmoniques d'espace d'un enroulement sont grandes, elles doivent être prises en compte dans le calcul des inductances.

Inductance mutuelle entre les enroulements statoriques a et b - Pour l'inductance mutuelle entre les phases a et b , on a :

$$L_{ab} = \sum_{h=0}^{\infty} \delta_{2h} (-1)^h M_{2h} \cos 2h(\theta - \frac{4\pi}{3}) \quad (4.52)$$

avec

$$M_{2h} = \frac{\mu_0 r l w_s^2}{2\pi} \delta_{2h} (-1)^h \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{k_{2n+1}^s}{2n+1} \frac{k_{2h+2n+1}^s}{2h+2n+1} \cos(2n+1+h) \frac{2\pi}{3}$$

Si on développe l'équation ci-dessus, la composante directe M_0 et les premières harmoniques M_2, M_4 sont obtenues :

$$M_0 = \frac{\mu_0 r l w_s^2}{\pi} \delta_0 \left((k_1^s)^2 \cos \frac{2\pi}{3} + \left(\frac{k_3^s}{3} \right)^2 \cos \frac{6\pi}{3} + \left(\frac{k_5^s}{5} \right)^2 \cos \frac{10\pi}{3} + \dots \right) \quad (4.53)$$

$$M_2 = -\frac{\mu_0 r l w_s^2}{\pi} \delta_2 \left(-\frac{(k_1^s)^2}{2} + k_1^s \frac{k_3^s}{3} \cos \frac{4\pi}{3} + \frac{k_3^s}{3} \frac{k_5^s}{5} \cos \frac{8\pi}{3} + \dots \right) \quad (4.54)$$

$$M_4 = -\frac{\mu_0 r l w_s^2}{\pi} \delta_4 \left(-k_1^s \frac{k_3^s}{3} \cos \frac{2\pi}{3} + k_1^s \frac{k_5^s}{5} \cos \frac{6\pi}{3} + \frac{k_3^s}{3} \frac{k_7^s}{7} \cos \frac{10\pi}{3} + \dots \right) \quad (4.55)$$

On peut faire la même remarque pour l'inductance mutuelle statorique que l'inductance propre sur l'effet des harmoniques d'espace.

Inductance mutuelle entre le stator et le rotor – L'inductance mutuelle entre la phase a et l'enroulement inducteur fd sont des sommes de termes sinusoïdaux en $\theta, 3\theta, 5\theta \dots$, ou, d'une façon plus générale, en $(2n+1)\theta$:

$$L_{fda} = \sum_{n=0}^{\infty} M_{FS,(2n+1)} \cos(2n+1)\theta \quad (4.56)$$

Les premières harmoniques sont :

$$M_{FS,1} = \frac{\mu_0 r l w_a w_F}{\pi} k_1^2 \left[\delta_0 k_1^F - \frac{1}{2} \delta_2 \left(\frac{k_3^F}{3} - k_1^F \right) + \frac{1}{2} \delta_4 \left(\frac{k_5^F}{5} - \frac{k_3^F}{3} \right) - \dots \right] \quad (4.57)$$

$$M_{FS,3} = \frac{\mu_0 r l w_a w_F}{\pi} \frac{k_3^S}{3} \left[\delta_0 \frac{k_3^F}{3} - \frac{1}{2} \delta_2 \left(\frac{k_5^F}{5} - k_1^F \right) + \frac{1}{2} \delta_4 \left(\frac{k_7^F}{7} - k_1^F \right) - \dots \right] \quad (4.58)$$

$$M_{FS,5} = \frac{\mu_0 r l w_a w_F}{\pi} \frac{k_5^S}{5} \left[\delta_0 \frac{k_5^F}{5} - \frac{1}{2} \delta_2 \left(\frac{k_7^F}{7} + \frac{k_3^F}{3} \right) + \frac{1}{2} \delta_4 \left(\frac{k_9^F}{9} + k_1^F \right) - \dots \right] \quad (4.59)$$

Dans l'amplitude de chacun de ces termes, toutes les harmoniques de l'inverse d'entrefer interviennent. La présence des harmoniques d'espace de l'enroulement statorique cause les harmoniques de l'inductance mutuelle entre le stator et rotor, même dans le cas de la limitation à deux des termes δ_0 et δ_2 pris dans la série de l'inverse d'entrefer et de la supposition de la distribution sinusoïdale l'enroulement inducteur ($k_{2n+1}^F = 0$, $n > 1$).

À partir de l'analyse de l'effet des harmoniques d'espace sur les inductances de la machine bipolaire, on peut déduire les conclusions suivantes :

- 1) Les valeurs de la composante directe L_0 et de l'harmonique fondamentale L_2 de l'inductance ne dépendent pas uniquement de la composante fondamentale k_1^S des harmoniques d'espace, mais aussi des autres harmoniques. Donc, les harmoniques d'espace des enroulements à distribution non sinusoïdale ne peuvent pas être négligées dans le calcul des inductances de la machine;
- 2) Une harmonique de l'inductance statorique (propre et mutuelle) est proportionnelle à l'harmonique de même rang de l'inverse d'entrefer, c'est-à-dire que si on ne tient compte que les termes δ_0 et δ_2 de l'inverse de l'entrefer, seules les composantes directes L_0 , M_0 et les harmoniques fondamentales L_2 , M_2 apparaissent dans les expressions des inductances statoriques;

- 3) Les expressions des inductances des enroulements à distribution non sinusoïdale sont très complexes, même pour le cas le plus simple. Il est impossible et non nécessaire de déduire les expressions analytiques des inductances pour les enroulements arbitraires, surtout en cas de défauts internes dans la machine multipolaire, où les sous-harmoniques apparaissent.

4.3 Calcul des inductances des enroulements à distribution arbitraire

Le calcul des inductances des enroulements est la clé pour modéliser la machine. Dans le cas de défauts internes, les enroulements défectueux pourraient produire toutes les harmoniques, même les sous-harmoniques. L'analyse de la section 4.2 montre que les harmoniques d'espace influencent la valeur de l'inductance et ne peuvent pas être négligés. Dans cette section, basée sur l'approche de la fonction de bobinage, une nouvelle méthode de détermination de l'inductance d'un enroulement arbitraire est présentée. Deux définitions importantes permettant de caractériser l'enroulement de la machine sont d'abord présentées. Une nouvelle équation de détermination des inductances est ensuite proposée.

4.3.1 Fonction de bobinage d'un enroulement

La fonction de bobinage d'un enroulement est définie comme la f.m.m. créée dans l'entrefer quand un courant unitaire circule dans cet enroulement. Elle s'exprime comme :

$$N(\varphi, \theta) = \frac{F(\varphi, \theta)}{I} \quad (4.60)$$

où $N(\varphi, \theta)$ est la fonction de bobinage de l'enroulement, $F(\varphi, \theta)$ est la f.m.m. créée par l'enroulement, I est le courant circulant dans l'enroulement, φ est la position angulaire le long du stator par rapport à l'origine d'un référentiel, et θ est la position angulaire du rotor. Pour un enroulement rotorique, la fonction de bobinage dépend de φ et θ . Pour un enroulement statorique, elle n'est fonction que de φ . La fonction de bobinage d'un enroulement est introduite ici pour décrire les harmoniques d'espace de la f.m.m. créées par cet enroulement. D'après cette définition, la fonction de bobinage d'un enroulement est la f.m.m. normalisée de l'enroulement.

Du fait que la fonction de bobinage est définie comme la distribution de la f.m.m. d'un enroulement parcouru par un courant unitaire, elle peut aussi être déterminée par le théorème d'Ampère et la loi de Gauss. La fonction de bobinage $N(\varphi)$ d'une bobine élémentaire statorique de w spires peut être écrite comme :

$$N(\varphi) = \begin{cases} -\frac{\tau}{2\pi} w & -\pi < \varphi < -\tau/2 \\ \frac{2\pi - \tau}{2\pi} w & -\tau/2 \leq \varphi \leq \tau/2 \\ -\frac{\tau}{2\pi} w & \tau/2 < \varphi \leq \pi \end{cases} \quad (4.61)$$

où τ est le pas angulaire de l'enroulement.

La figure 22 montre la fonction de bobinage d'une bobine élémentaire. La fonction de bobinage d'une bobine garde la même forme que celle de la f.m.m. pour un courant direct parcourant cette bobine. Puisque la f.m.m. d'une bobine dépend également de la pulsation du courant parcourant cette bobine, la fonction de bobinage présente l'avantage de caractériser une bobine en éliminant l'influence du courant.

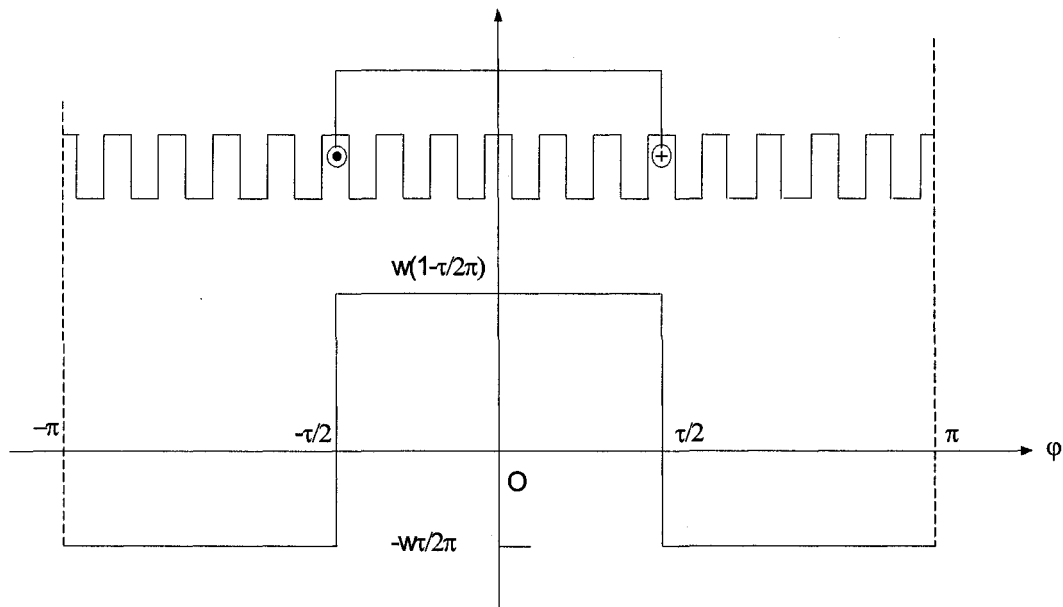


Figure 22 Fonction de bobinage d'une bobine élémentaire

En général, les enroulements de la machine synchrone sont réalisés à l'aide de k bobines élémentaires de même ouverture, mais décalées deux à deux d'un angle. La fonction de bobinage en un point de l'entrefer s'obtient en effectuant la somme algébrique des fonctions de bobinage créées par ces bobines élémentaires (Figure 23) :

$$N(\varphi) = \sum_{j=1}^k N_{aj}(\varphi) \quad (4.62)$$

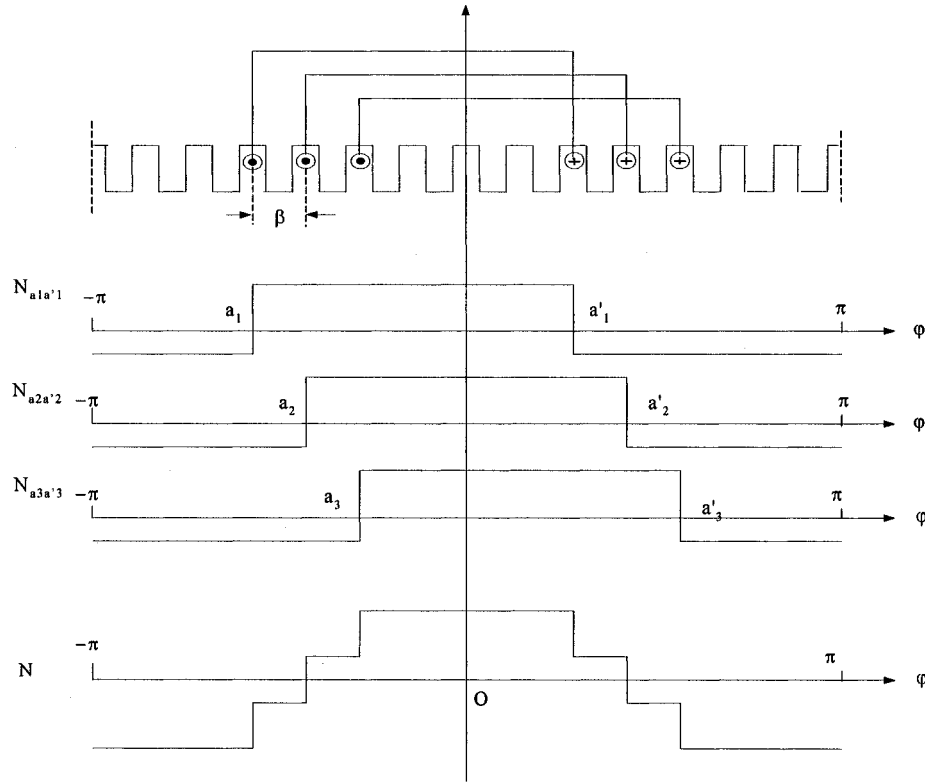


Figure 23 Fonction de bobinage d'un enroulement réparti

4.3.2 Fonction de spires d'un enroulement

Pour calculer le flux couplé avec un enroulement, il faut connaître l'état de la distribution des conducteurs de l'enroulement, donc la fonction de spires est introduit ici. Pour la bobine élémentaire de w spires, la fonction de spires $n(\varphi)$ est définie comme :

$$n(\varphi) = \begin{cases} 0 & -\pi < \varphi < -\tau/2 \\ w & -\tau/2 \leq \varphi \leq \tau/2 \\ 0 & \tau/2 < \varphi \leq \pi \end{cases} \quad (4.63)$$

La figure 24 illustre la fonction de spires d'une bobine élémentaire.

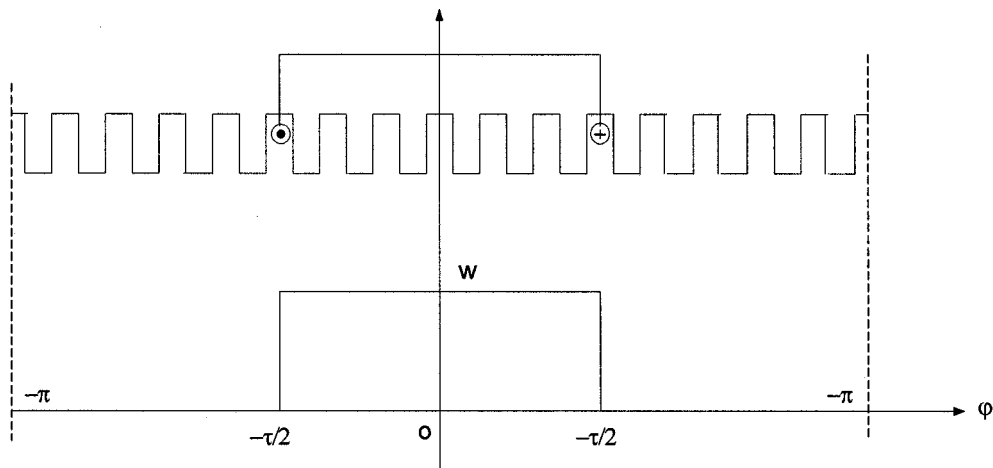


Figure 24 Fonction de spires d'une bobine élémentaire

S'il existe un champ magnétique d'induction $B(\varphi)$ traversant l'entrefer de la machine, le flux couplé avec cette bobine peut être aisément calculé par l'intégration de l'induction $B(\varphi)$ traversant la surface de sa fonction de spires :

$$\lambda(\varphi) = \int_{-\tau/2}^{\tau/2} wB(\varphi)d\varphi = \int_{-\tau/2}^{\tau/2} B(\varphi)n(\varphi)d\varphi \quad (4.64)$$

En définitive, la fonction de spires d'un enroulement est un moyen rigoureux de calculer le flux de couplage.

Comme la fonction de bobinage, la fonction de spires de l'enroulement réparti s'obtient en appliquant le principe de superposition. Si un enroulement réparti comporte k bobines élémentaires, la fonction de spires totale est calculée par :

$$n(\varphi) = \sum_{j=1}^k n_{aj}(\varphi) \quad (4.64)$$

La figure 25 montre le processus de l'obtention de la fonction de spires d'un enroulement réparti.

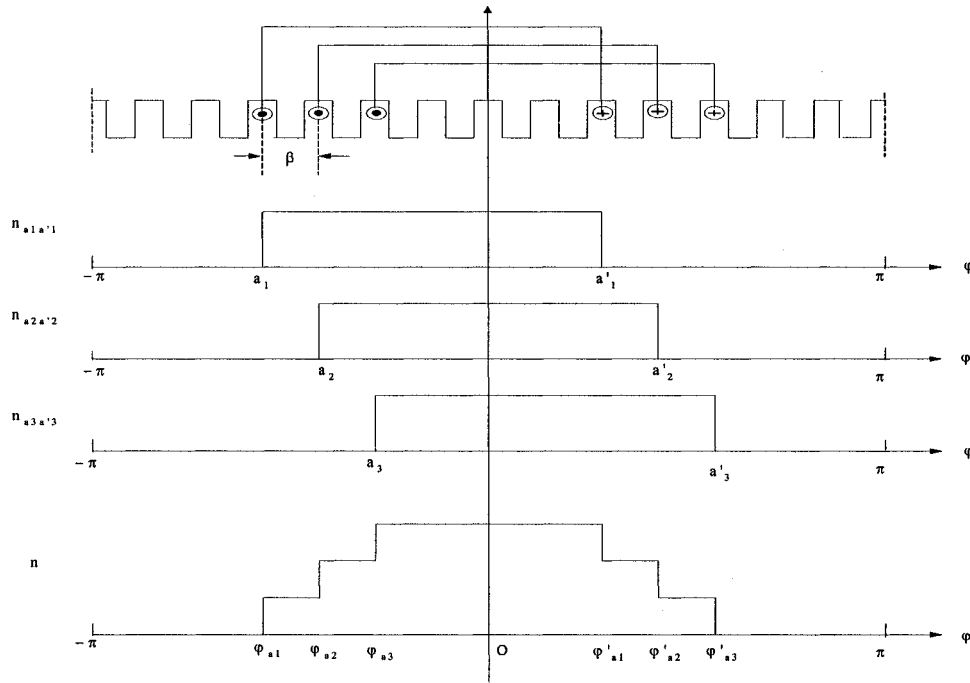


Figure 25 Fonction de spires d'un enroulement réparti.

En plus du principe de superposition, la fonction de spires peut être calculée comme la somme cumulée des spires rencontrées lorsque l'on se déplace le long de l'entrefer. A chaque passage par une encoche, la fonction de spires est augmentée algébriquement du nombre de spires total (en considérant la direction du courant) présent dans cette encoche. Pour clarifier cette approche, on considère encore l'enroulement constitué par trois bobines élémentaires de w spires, qui est illustré à la figure 25. On peut choisir la valeur initiale égale à zéro pour la fonction de spires (FS). Ainsi à $\varphi = -\pi$, la FS a une valeur nulle jusqu'à $\varphi = \varphi_{a1}$. Les valeurs suivantes se déduisent aisément :

$$\begin{aligned}
 -\pi \leq \varphi < \varphi_{a1} & \quad FS = 0 \\
 \varphi_{a1} \leq \varphi < \varphi_{a2} & \quad FS = w \\
 \varphi_{a2} \leq \varphi < \varphi_{a3} & \quad FS = w + w = 2w \\
 \varphi_{a3} \leq \varphi < \varphi'_{a1} & \quad FS = 2w + w = 3w
 \end{aligned}$$

$$\varphi_{a1}' \leq \varphi < \varphi_{a2}' \quad FS = 3w - w = 2w$$

$$\varphi_{a2}' \leq \varphi < \varphi_{a3}' \quad FS = 2w - w = w$$

$$\varphi_{a3}' \leq \varphi_m < \pi \quad FS = w - w = 0$$

Le résultat représente la même onde qui est montrée à la figure 25. Cette approche permet de tracer rapidement l'onde de la fonction de spires au lieu de faire la somme par le principe de la superposition.

Si on s'effectue une décomposition en série de Fourier de la fonction de spires, on trouve que, hormis la composante directe, la fonction de spires d'un enroulement contient les mêmes composants harmoniques que sa fonction de bobinage. La relation entre la fonction de bobinage et la fonction de spires d'un enroulement est donnée par (Toliyat & Al-Nuaim, 1999) :

$$N(\varphi, \theta) = n(\varphi, \theta) - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} n(\varphi, \theta) d\varphi \quad (4.65)$$

Cette relation nous donne une autre méthode pour obtenir la fonction de bobinage d'un enroulement. La fonction de spires est d'abord calculée en utilisant l'approche ci-dessus. Ensuite, la fonction de bobinage est calculée d'après l'équation (4.65). Cette approche est très efficace pour tracer l'onde de la fonction de bobinage de l'enroulement réparti, surtout pour les enroulements qui contiennent beaucoup de bobines élémentaires.

Quand la fonction de bobinage et la fonction de spires sont définies, une nouvelle méthode de calcul des inductances enroulements arbitraires peut être déduite.

4.3.3 Expression des inductances des enroulements arbitraires

Considérons d'abord deux bobines (ou barre) élémentaires a et b de w_a et w_b spires respectivement placées dans une machine synchrone bipolaire, qui est montrée à la figure 26. Les pas angulaires des bobines sont τ_a et τ_b respectivement. Les bobines sont placées dans les encoches du stator mais elles pourraient être placées dans les pôles du rotor. L'inductance mutuelle L_{ba} de la bobine b due au courant i_a circulant dans la bobine a sera calculée. Les effets d'encochage statorique sont négligés, la perméabilité du fer est considérée infinie et on néglige la saturation magnétique.

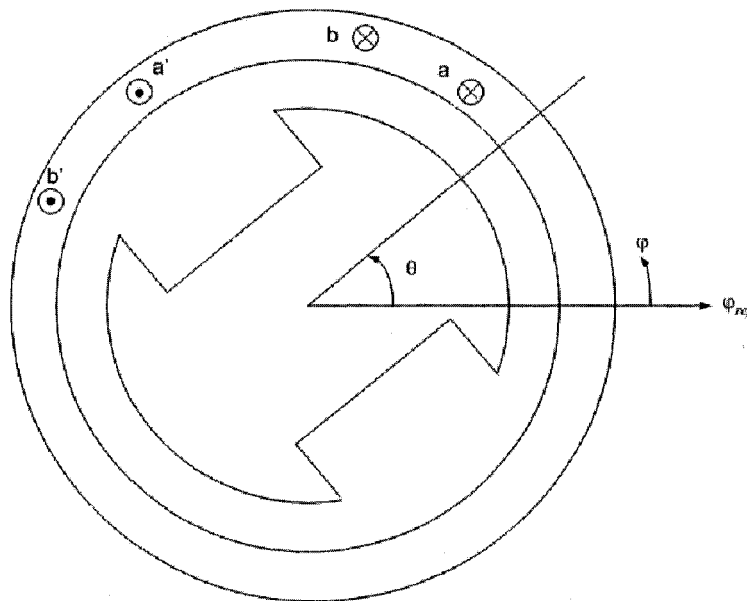


Figure 26 Machine élémentaire à pôles saillants équipée de deux bobines élémentaires

D'après la définition de la fonction de bobinage, la f.m.m. créée dans l'entrefer par la bobine a parcourue par un courant continu i_a est :

$$F_a(\varphi, \theta) = N_a(\varphi, \theta) \cdot i_a \quad (4.66)$$

L'induction dans l'entrefer est le produit de la f.m.m. et de la perméance d'entrefer et peut s'écrire :

$$B(\varphi, \theta) = F_a(\varphi, \theta) \cdot P(\varphi, \theta) \quad (4.67)$$

où $P(\varphi, \theta)$ est la variation de la perméance de l'entrefer. Si la perméabilité du fer est supposée infini, $P(\varphi, \theta)$ est calculé par :

$$P(\varphi, \theta) = \mu_0 g^{-1}(\varphi, \theta) \quad (4.68)$$

Donc, l'induction $B(\varphi, \theta)$ devient :

$$B(\varphi, \theta) = \mu_0 g^{-1}(\varphi, \theta) N_a(\varphi, \theta) \cdot i_a \quad (4.69)$$

Considérons un élément infiniment petit ds de l'entrefer à la surface du stator. Si r est le rayon moyen de l'entrefer et l est la longueur du stator, le flux élémentaire dû à la bobine a traversant cette surface est :

$$d\lambda = \mu_0 r l g^{-1}(\varphi, \theta) N_a(\varphi, \theta) \cdot i_a d\varphi \quad (4.70)$$

En considérant la position de la bobine b , le flux total embrassé par la bobine b être obtenu par l'intégration de flux élémentaire de φ_{b1} à $\varphi_{b1'}$:

$$\lambda_{ba} = \mu_0 r l i_a \int_{\varphi_{b1}}^{\varphi_{b1'}} w_b N_a(\varphi, \theta) g^{-1}(\varphi, \theta) d\varphi \quad (4.71)$$

Car la fonction de spires $n_b(\varphi, \theta)$ de la bobine b est défini comme :

$$n_b(\varphi, \theta) = \begin{cases} 0 & 0 < \varphi < \varphi_{b1} \\ w_b & \varphi_{b1} \leq \varphi \leq \varphi_{b1'} \\ 0 & \varphi_{b1'} < \varphi \leq 2\pi \end{cases} \quad (4.72)$$

Le flux total λ_{ba} devient :

$$\lambda_{ba} = \mu_0 r l \int_{\varphi_{b1}}^{\varphi_{b1'}} n_b(\varphi, \theta) N_a(\varphi, \theta) i_a g^{-1}(\varphi, \theta) d\varphi \quad (4.73)$$

La figure 27 montre le flux embrassé par la bobine b dû au courant dans la bobine a .

L'inductance mutuelle L_{ba} entre les deux bobines s'exprime par :

$$L_{ba} = \frac{\lambda_{ba}}{i_a} = \mu_0 r l \int_{\varphi_{b1}}^{\varphi_{b1'}} n_b(\varphi, \theta) N_a(\varphi, \theta) g^{-1}(\varphi, \theta) d\varphi \quad (4.74)$$

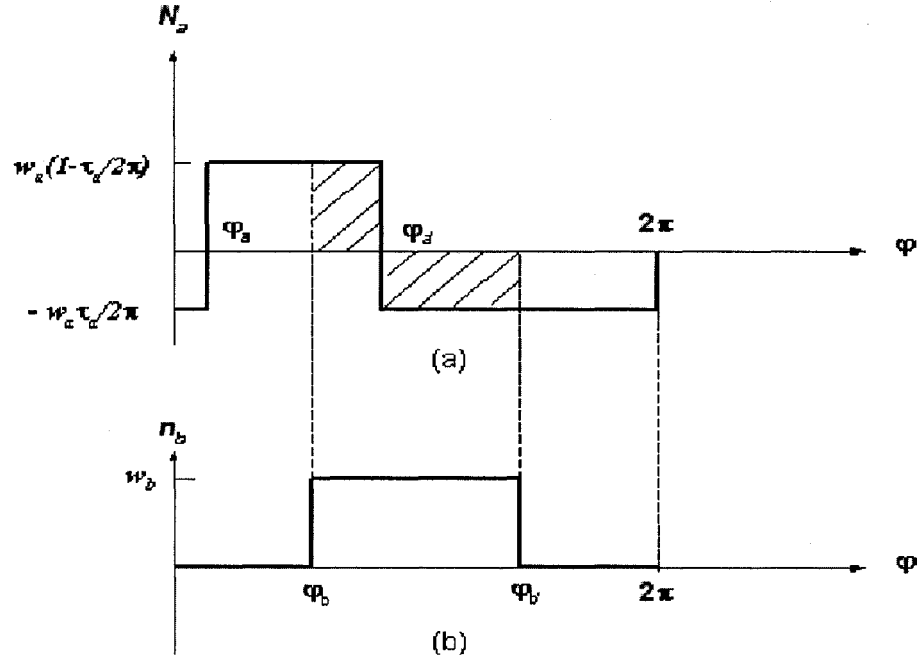


Figure 27 (a) Fonction de bobinage de la bobine a ; (b) Fonction de spires de la bobine b

Si l'enroulement A est un enroulement réparti qui comporte k_a bobines élémentaires, le flux total en un point de l'entrefer s'obtient en effectuant la somme algébrique des flux des bobines élémentaires. Donc, le flux embrassé par la bobine b dû à l'enroulement réparti A devient :

$$\lambda_{bA} = \mu_0 l \int_{\varphi_{b1}}^{\varphi_{b2}} \left(i_a \sum_{j=1}^{K_a} N_{aj}(\varphi, \theta) n_b(\varphi, \theta) \right) g^{-1}(\varphi, \theta) d\varphi = \mu_0 l i_a \int_{\varphi_{b1}}^{\varphi_{b2}} \left(n_b(\varphi, \theta) \left(\sum_{j=1}^{K_a} N_{aj}(\varphi, \theta) \right) g^{-1}(\varphi, \theta) \right) d\varphi \quad (4.75)$$

où $N_{aj}(\varphi, \theta)$ est la fonction de bobinage de la bobine élémentaire aj . La somme à l'intérieur de l'intégrale est la fonction de bobinage totale créée par l'enroulement A , qui peut simplement s'écrire comme :

$$N_A(\varphi, \theta) = \sum_{j=1}^{K_a} N_{aj}(\varphi, \theta) \quad (4.76)$$

L'équation (4.75) devient :

$$\lambda_{bA} = \mu_0 r l_i \int_{\varphi_{b1}}^{\varphi_{b1'}} n_b(\varphi, \theta) N_A(\varphi, \theta) g^{-1}(\varphi, \theta) d\varphi \quad (4.77)$$

Si l'enroulement B est aussi un enroulement réparti qui comporte k_b bobines élémentaires, le flux embrassé par l'enroulement B est la somme algébrique des flux embrassés par les k_b bobines élémentaires. Donc le flux total s'exprime par :

$$\lambda_{AB} = \sum_{j=1}^{K_b} \lambda_{bj} = \mu_0 r l_i \left(\int_{\varphi_{b1}}^{\varphi_{b1'}} n_{b1}(\varphi, \theta) N_A(\varphi, \theta) g^{-1}(\varphi, \theta) d\varphi + \dots + \int_{\varphi_{bj}}^{\varphi_{bj'}} n_{bj}(\varphi, \theta) N_A(\varphi, \theta) g^{-1}(\varphi, \theta) d\varphi \right) \quad (4.78)$$

En supposant $\varphi_{b1'} \leq \varphi_{b2'} \leq \dots \leq \varphi_{bj'}$, l'équation (4.78) devient :

$$\lambda_{AB} = \mu_0 r l_i \left(\int_{\varphi_{b1}}^{\varphi_{bj'}} \left(\sum_{j=1}^{k_b} n_{bj}(\varphi, \theta) \right) N_A(\varphi, \theta) g^{-1}(\varphi, \theta) d\varphi \right) \quad (4.79)$$

La fonction de spires totale de l'enroulement réparti B est donné par :

$$n_B(\varphi, \theta) = \sum_{j=1}^{k_b} n_{bj}(\varphi, \theta) \quad (4.80)$$

L'équation (4.79) réduit à :

$$\lambda_{AB} = \mu_0 r l_i \int_{\varphi_{b1}}^{\varphi_{bj'}} n_B(\varphi, \theta) N_A(\varphi, \theta) g^{-1}(\varphi, \theta) d\varphi \quad (4.81)$$

On peut remplacer l'intervalle d'intégration $[\varphi_{b1} \ \varphi_{bj}']$ par $[\varphi_B \ \varphi_B']$ qui représente l'intervalle de la distribution de l'enroulement B . L'équation (4.81) devient :

$$\lambda_{BA} = \mu_0 r l_i \int_{\varphi_B}^{\varphi_B'} n_B(\varphi, \theta) N_A(\varphi, \theta) g^{-1}(\varphi, \theta) d\varphi \quad (4.82)$$

Finalement l'équation de calcul de l'inductance mutuelle L_{BA} est obtenue :

$$L_{BA} = \frac{\lambda_{BA}}{i_a} = \mu_0 r l \int_{\varphi_B}^{\varphi_B'} n_B(\varphi, \theta) N_A(\varphi, \theta) g^{-1}(\varphi, \theta) d\varphi \quad (4.83)$$

Il faut noter que l'équation (4.83) n'a pas de limitation pour la distribution des enroulements. Donc cette équation est valide pour tous les types d'enroulements. En posant $A=B$, l'inductance propre de l'enroulement A peut être calculée par :

$$L_{AA} = \mu_0 r l \int_{\varphi_A}^{\varphi_{A'}} n_A(\varphi, \theta) N_A(\varphi, \theta) g^{-1}(\varphi, \theta) d\varphi \quad (4.84)$$

4.3.4 Variation de l'inverse de l'entrefer

Pour calculer les inductances des enroulements arbitraires en utilisant l'équation (4.83), l'inverse de l'entrefer $g^{-1}(\varphi)$ doit être évalué. Si on néglige l'encoche statorique, l'inverse de l'entrefer $g^{-1}(\varphi)$ d'une machine dépend de l'épaisseur de l'entrefer et de la forme des pôles saillants du rotor. L'inverse de l'entrefer $g^{-1}(\varphi)$ d'une machine à p pôles est montré à la figure 28, où φ est un angle mesuré du point originaire du référentiel lié au rotor. Pendant une période $2\pi/p$, la variance de l'inverse de l'entrefer peut être exprimée comme :

$$g^{-1}(\varphi) = \begin{cases} g_q^{-1} & -\frac{2\pi}{p} < \varphi < -\frac{T_d}{2} \\ g_d^{-1} & -\frac{T_d}{2} \leq \varphi \leq \frac{T_d}{2} \\ g_q^{-1} & \frac{T_d}{2} < \varphi < \frac{2\pi}{p} \end{cases} \quad (4.85)$$

où g_d et g_q sont les épaisseurs d'entrefer selon l'axe d et l'axe q respectivement, et T_d est le pas angulaire du pôle.

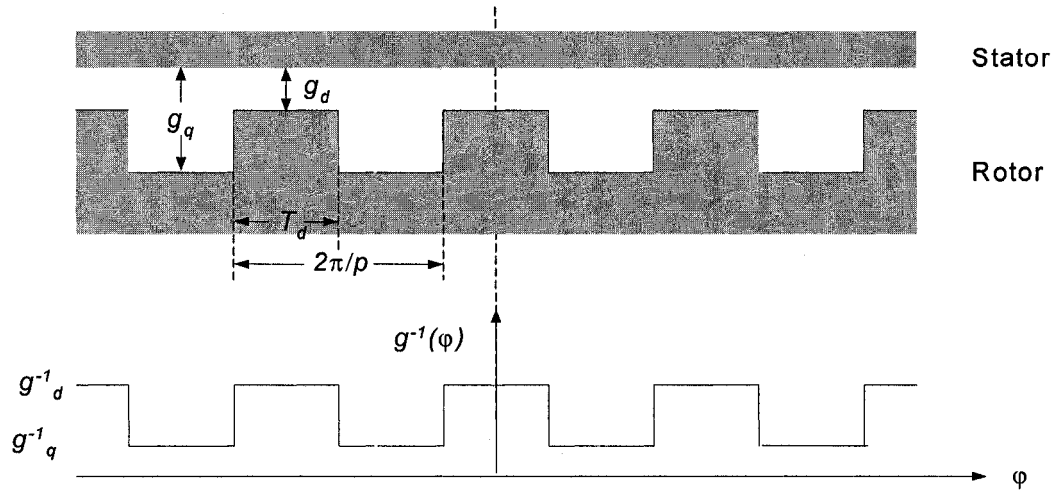


Figure 28 Variation de l'entrefer d'une machine à pôles saillants

L'expression de l'inverse de l'entrefer $g^{-1}(\varphi)$ peut se développer en série de Fourier comme :

$$g^{-1}(\varphi) = \sum_{h=0}^{\infty} \delta_{2v} * \cos(2ph\varphi) \quad (4.86)$$

où

$$\delta_0 = \frac{g_d^{-1}}{\pi} \left[\frac{T_d}{2} + \left(\frac{\pi}{p} - \frac{T_d}{2} \right) \frac{g_q^{-1}}{g_d^{-1}} \right]$$

$$\delta_{2kp} = \frac{4p}{k\pi} \left(g_d^{-1} \sin \frac{\tau_d}{2} + g_q^{-1} \left(\sin \left(\frac{\pi}{2p} \right) - \sin \left(\frac{\tau_d}{2} \right) \right) \right) \quad k=1,2,\dots$$

Cette forme d'onde ne comprend, outre la composante directe, que des harmoniques paires.

4.4 Exemple de calcul des inductances par la nouvelle méthode

La nouvelle méthode permet de calculer les inductances de la machine synchrone à partir de l'onde originale de la fonction de bobinage. Toutes les harmoniques d'espace

créées par les enroulements peuvent facilement être incluses dans le calcul de l'inductance. Dans cette section, un exemple de calcul des inductances d'une machine synchrone à pôles saillants est présenté.

4.4.1 Inductances statoriques

Considérons une machine synchrone triphasée à 4 pôles saillants, dont les paramètres structuraux de la machine sont donnés au chapitre 6. Le schéma de l'arrangement des enroulements est montré à la figure 29.

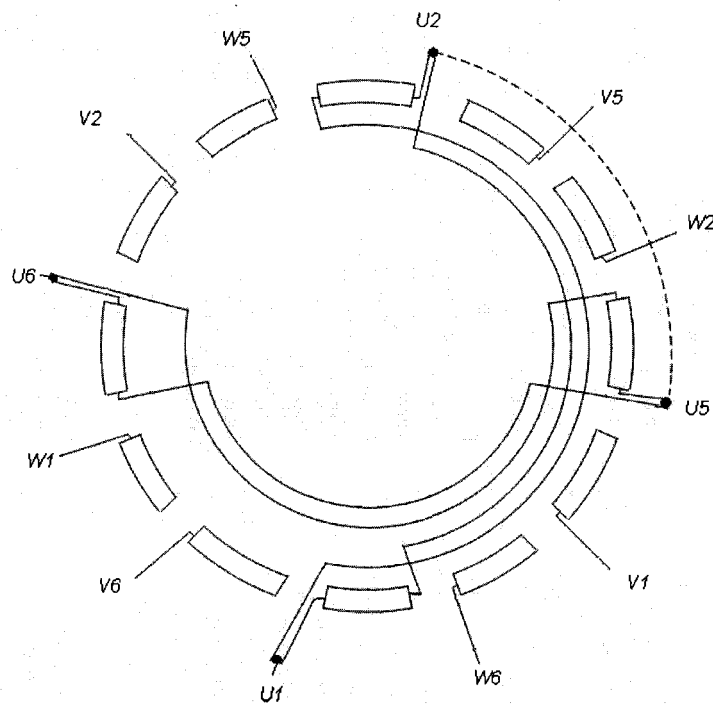


Figure 29 Schéma de l'arrangement des enroulements avec la connexion de la phase U montrée

Dans cette machine, chaque phase est constituée de 2 sections en série, et chaque section possède 2 groupes de bobines concentriques en parallèle sous deux pôles

diamétralement opposés. Le schéma de la connexion de la phase U est montré sur la figure 30. Les groupes de bobine sont identiques et comportent 3 bobines concentriques de w spires, dont les pas valent 4, 6, 8 pas d'encoche respectivement. Le nombre d'encoches au stator est égal à 36, donc le pas d'encoche est $2\pi/36$ en angle mécanique. La figure 31 montre les positions des bobines de la phase U au stator.

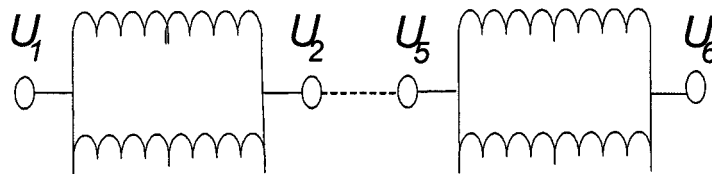


Figure 30 Schéma de la connexion des enroulements de la phase U

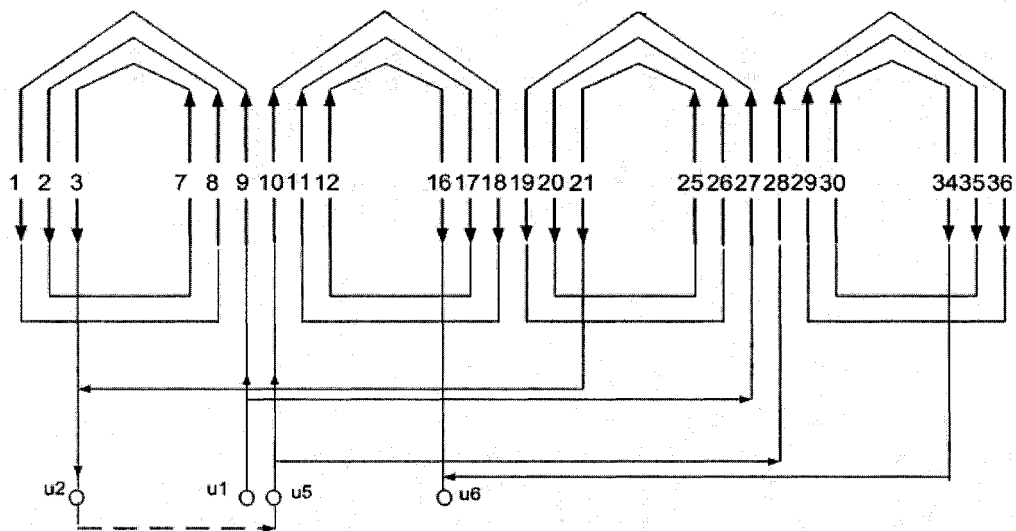


Figure 31 Position des bobines de la phase U dans le plan du stator

Lorsque le schéma de bobinage de la phase U est connu, sa fonction de spires est facilement tracée par la méthode présentée dans la section 4.3. La figure 32 montre la

fonction de spires de la phase U . Pour un enroulement normal et symétrique, la valeur moyenne de la fonction de spires est nulle. La fonction de bobinage conserve la même forme que la fonction de spires. Il faut noter que chaque palier de la fonction de bobinage de cette machine est égal à $w/2$ car les sections en série de la phase sont constituées par deux groupes de bobinage en parallèle. Donc seule la moitié du courant unitaire circule dans chaque bobine. Les fonctions de bobinage des phases V , W ont la même forme que pour la phase U , sauf qu'elles sont décalées des angles mécaniques 60° et 120° respectivement.

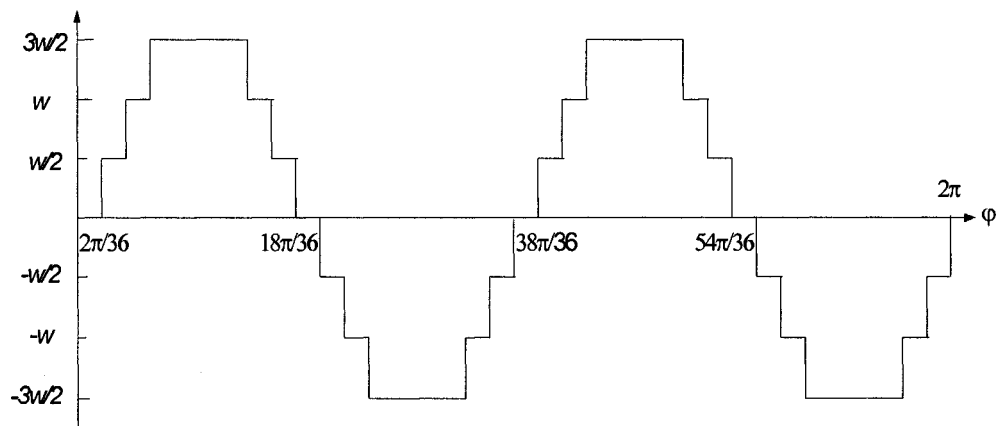


Figure 32 Fonction de bobinage (ou fonction de spires) de la phase U

Dans le cas d'un défaut interne des enroulements de la machine, la fonction de spires et la fonction de bobinage doivent être recalculées à cause du changement de la connexion des enroulements. Supposons qu'un défaut interne se trouve au milieu de la phase U , la phase complète est divisée en deux demi-phases U_{12} et U_{24} qui comportent la moitié des bobines totales respectivement. Le schéma de bobinage, la fonction de spires et la fonction de bobinage pour chaque demi-phase sont montrées sur les figures 33~34 respectivement.

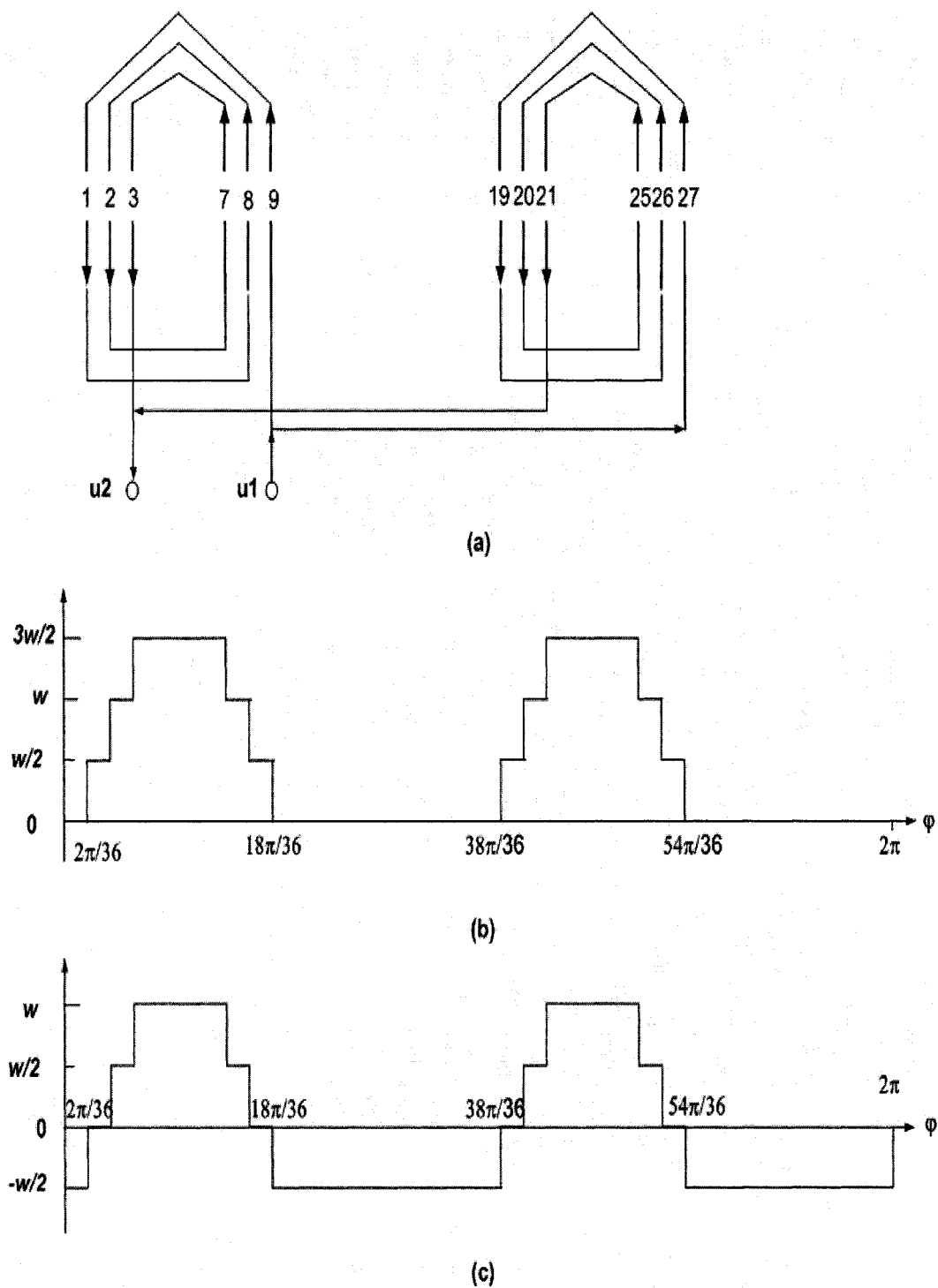


Figure 33 (a) Schéma de bobinage de la demi-phase U_{12} ; (b) fonction de spires de la demi-phase U_{12} ; (c) fonction de bobinage de la demi-phase U_{12}

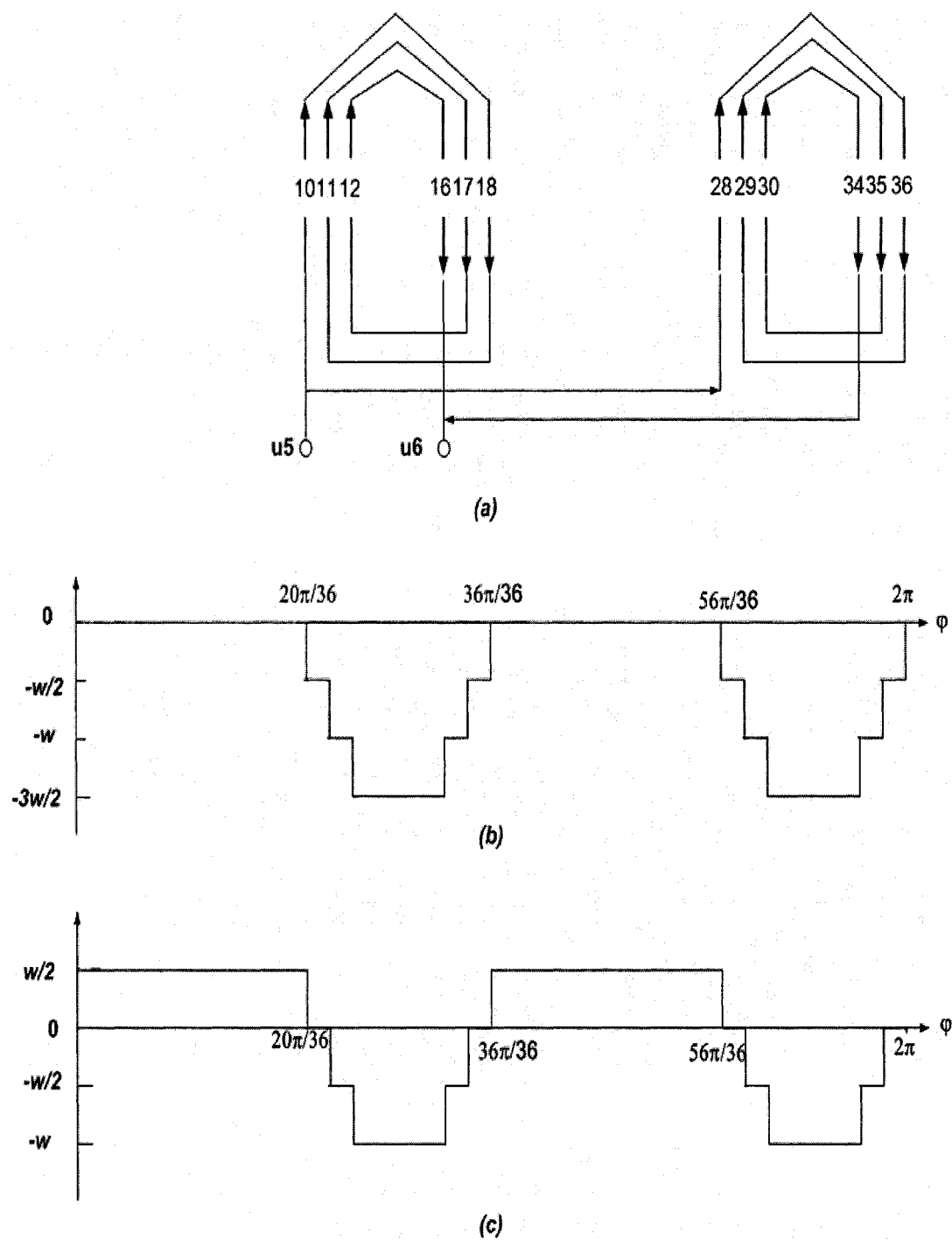


Figure 34

(a) Schéma de bobinage de la demi-phase U_{56} ; (b) fonction de spires de la demi-phase U_{56} ; (c) fonction de bobinage de la demi-phase U_{56}

Les figures 35~36 montrent les composantes harmoniques des fonctions de bobinages sous les conditions normale et anormale respectivement. Pour l'enroulement complète de la phase U , la forme d'onde de la fonction de bobinage ne comprend que les harmoniques ($p \times \text{impair}$). Par rapport à l'harmonique fondamentale (2ième pour la machine à 4 pôles), les amplitudes des harmoniques de rang supérieur sont petites et peuvent être négligées. Mais pour la demi-phase U_{12} , l'onde de la fonction de bobinage comprend les harmoniques d'ordre différent ($p \times \text{entier}$). Les amplitudes des harmoniques de rang supérieur sont assez grandes et ne peuvent pas être négligées.

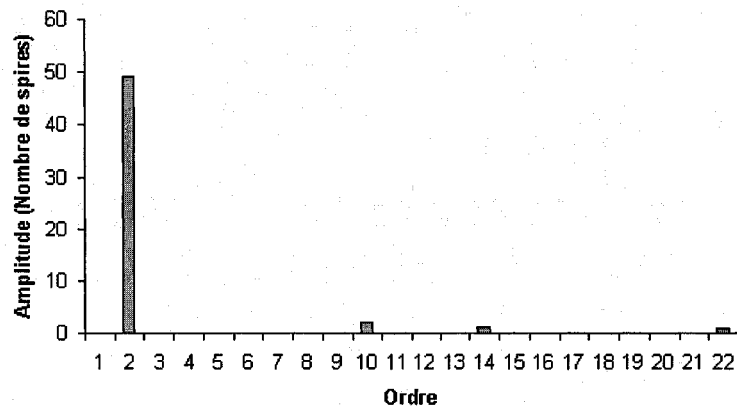


Figure 35 Harmoniques d'espace de la fonction de bobinage de la phase complète

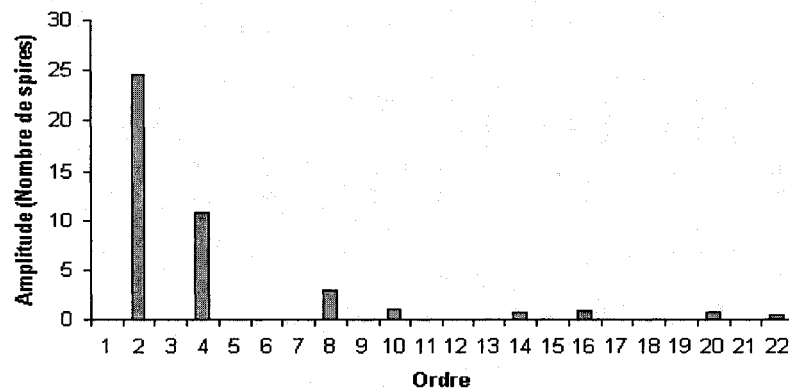


Figure 36 Harmoniques d'espace de la fonction de bobinage de la demi-phase

Considérons les ondes des fonctions des bobinage et des fonctions de spires montrées sur les figures 32~34, les inductances de la phase complète et des demi-phases peuvent être calculées en utilisant l'équation (4.83). Par exemple, pour calculer l'inductance mutuelle entre les demi-phases U_{12} et U_{56} , on peut faire une intégration de la fonction de spires n_{U12} de la demi-phase U_{12} avec la fonction de bobinage N_{U56} de la demi-phase U_{56} . D'après la figure 34, on peut trouver que la fonction de spires n_{U12} n'est pas nulle uniquement dans les intervalles $[2\pi/36, 18\pi/36]$ et $[38\pi/36, 54\pi/36]$. La fonction de spires n_{U12} dans l'intervalle $[2\pi/36, 18\pi/36]$ est exprimée comme :

$$n_{u12} = \begin{cases} w/2 & 2\pi/36 \leq \varphi < 4\pi/36 \\ w & 4\pi/36 \leq \varphi < 6\pi/36 \\ 3w/2 & 6\pi/36 \leq \varphi < 14\pi/36 \\ w & 14\pi/36 \leq \varphi < 16\pi/36 \\ w/2 & 16\pi/36 \leq \varphi < 18\pi/36 \end{cases} \quad (4.87)$$

D'après la figure 34, dans les intervalles $[2\pi/36, 18\pi/36]$ et $[38\pi/36, 54\pi/36]$, la fonction de bobinage N_{U56} de la demi-phase U_{56} est une valeur constante $w/2$. Dans ces deux intervalles, les ondes de la fonction de spires n_{U12} sont identiques, ainsi que les valeurs de la fonction de bobinage N_{U56} . Donc, il suffit de faire une intégration dans l'intervalle $[2\pi/36, 18\pi/36]$. L'inductance mutuelle L_{u12u56} entre U_{56} et U_{12} peut être calculée par :

$$L_{u12u56} = 2\mu_0 l \left(\int_{2\pi/36}^{4\pi/36} \frac{ww}{22} g^{-1}(\varphi, \theta) d\varphi + \int_{4\pi/36}^{6\pi/36} \frac{ww}{2} g^{-1}(\varphi, \theta) d\varphi + \int_{6\pi/36}^{14\pi/36} \frac{3ww}{22} g^{-1}(\varphi, \theta) d\varphi \right. \\ \left. + \int_{14\pi/36}^{16\pi/36} \frac{ww}{2} g^{-1}(\varphi, \theta) d\varphi + \int_{16\pi/36}^{18\pi/36} \frac{ww}{22} g^{-1}(\varphi, \theta) d\varphi \right) \quad (4.88)$$

Pour cette machine à 4 pôles, l'inverse de l'entrefer s'exprime comme :

$$g^{-1}(\varphi, \theta) = \delta_0 + \delta_2 \cos 4(\varphi - \theta) + \delta_4 \cos 8(\varphi - \theta) + \dots \quad (4.89)$$

En introduisant l'expression (4.89) dans l'équation (4.88), après l'intégration, on peut obtenir l'expression de l'inductance L_{u12u56} sous la forme suivante :

$$L_{u12u56}(\theta) = L_0 + L_2 \cos 4\theta + L_4 \cos 8\theta + \dots \quad (4.90)$$

La procédure de calcul est très simple et facile à exécuter. Donc, l'équation (4.83) réduit substantiellement la complexité de calcul de l'inductance de l'enroulement à distribution arbitraire et permet d'obtenir des résultats précis grâce à l'utilisation de l'onde complète des fonctions sans approximation. De façon similaire, les inductances propres de la phase complète U et des demi-phases U_{12} , U_{56} peuvent être obtenues. Les résultats sont montrés sur les figures 37~38.

Les inductances des demi-phases doivent être consistantes avec celles de la phase complète. Dans le cas du défaut de la phase U , la phase complète est divisée en deux demi-phases U_{12} et U_{56} , qui peuvent être considérés comme deux inducteurs en série. L'inductance totale est calculée par :

$$L_{eq} = L_{u12} + L_{u56} + 2L_{u12u56} \quad (4.91)$$

La figure 39 montre que l'inductance L_{eq} est identique à l'inductance propre L_u de la phase complète U . Cela confirme le calcul des inductances de la machine dans des conditions différentes.

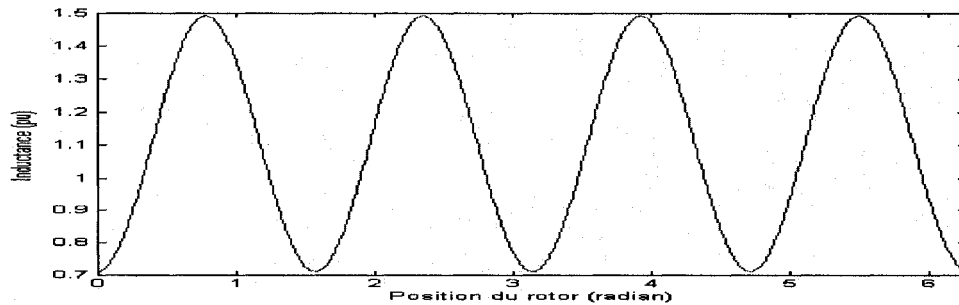


Figure 37 Inductance propre de la phase complète U

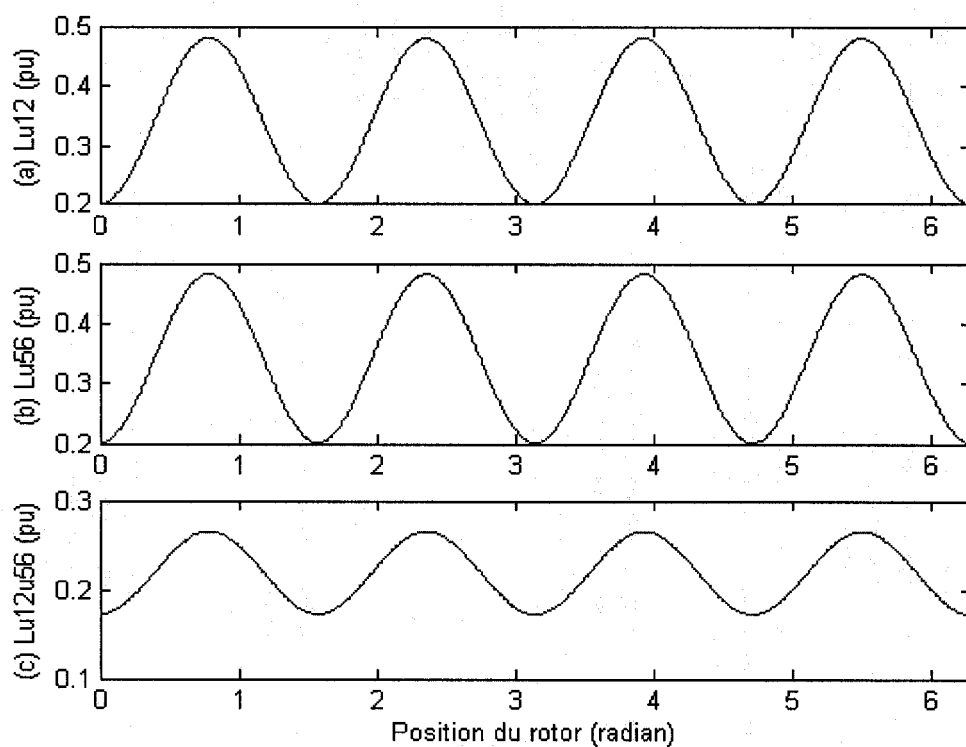


Figure 38 Inductance des demi-phases. (a) Inductance propre de la demi-phase U_{12} ; (b) Inductance propre de la demi-phase U_{56} ; (c) Inductance mutuelle entre deux demi-phases

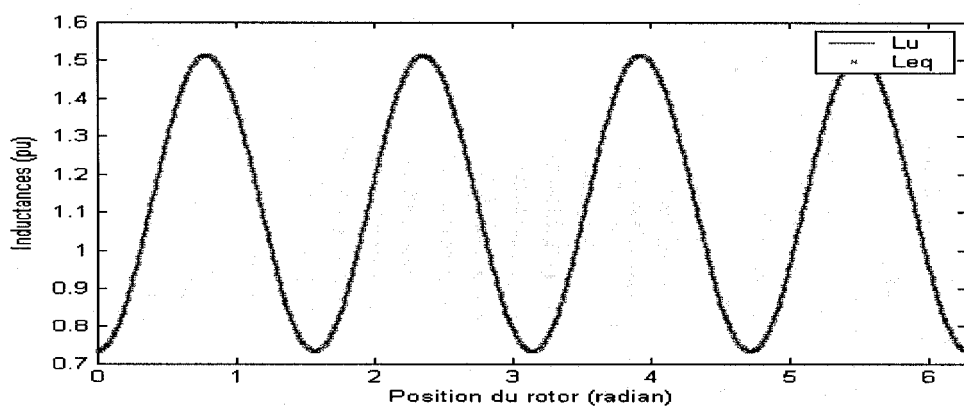


Figure 39 Comparaison de l'inductance équivalente avec celle de la phase complète

4.4.2 Inductances mutuelles entre stator et rotor

L'enroulement de l'inducteur est constitué par des enroulements concentrés en série sous les pôles du rotor. La fonction de bobinage peut être obtenue de la même façon que pour les enroulements statoriques, sauf qu'elle n'est pas stationnaire. La figure 40 montre la fonction de bobinage de l'inducteur dans le référentiel lié au rotor, où φ est un angle mesuré d'un axe des pôles du rotor et w_f est le nombre de spires par pôle.

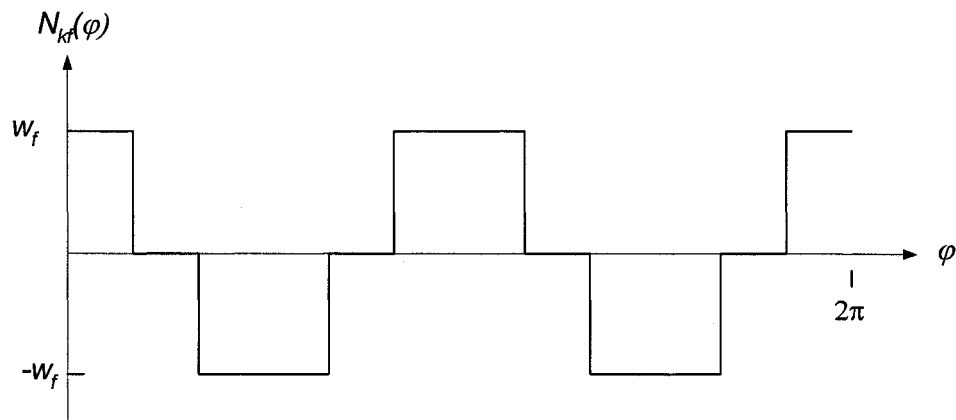


Figure 40 Fonction de bobinage de l'inducteur

Pour utiliser l'équation (4.83), on peut d'abord calculer le produit de l'inverse de l'entrefer et la fonction de bobinage de l'inducteur. En choisissant l'origine commune du référentiel lié au rotor pour les deux fonctions, le produit est obtenu à partir de la figure 41, où on suppose que le pas de l'enroulement d'inducteur est inférieur à celui du rotor, soit $\tau_f \leq \tau_d$.

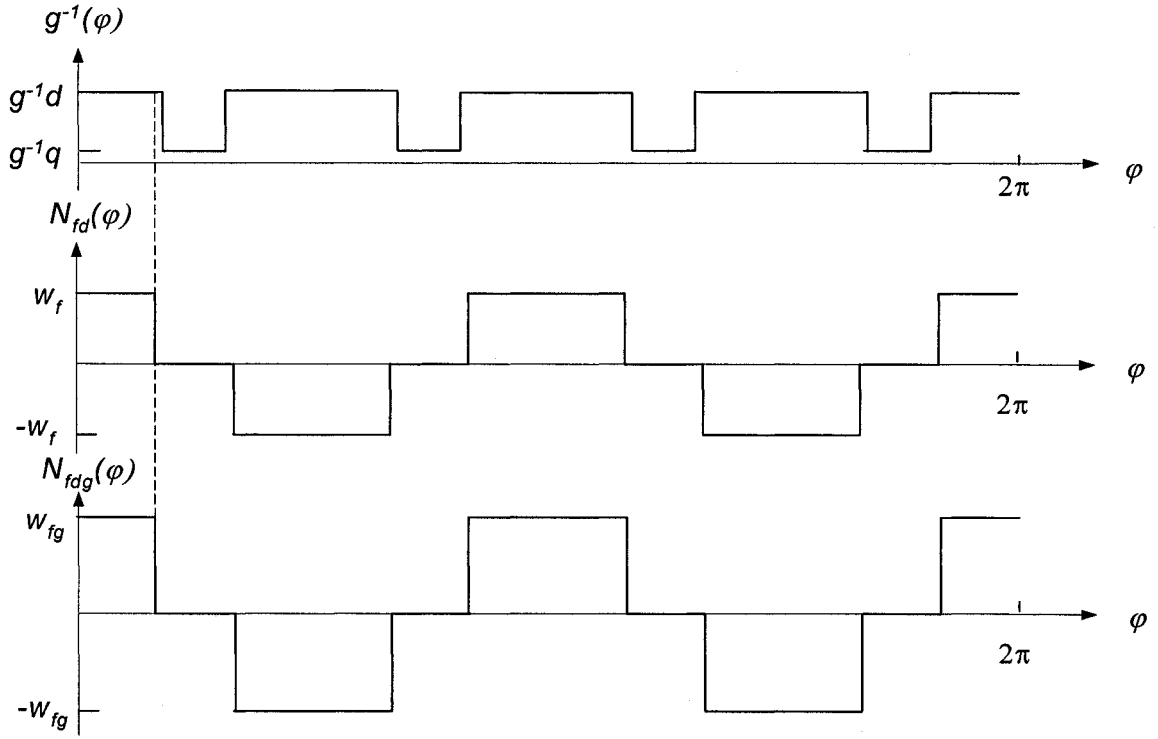


Figure 41 Produit de la fonction de bobinage de l'inducteur et l'inverse de l'entrefer

La décomposition en série de Fourier du produit s'exprime :

$$N_{fdg}(\varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} \gamma_{2n+1} \cos(2n+1)p\varphi \quad (4.92)$$

où

$$\gamma_{(2n+1)p} = \frac{4w_{fd}g_d^{-1}}{n\pi} \left(\sin \frac{\tau_{fd}}{2} + \left(\sin \left(\frac{\pi}{2p} \right) - \sin \left(\frac{\tau_{fd}}{2} \right) \right) \right) \quad n=0,1,\dots$$

Cette forme d'onde ne comprend que des harmoniques impaires. Dans le référentiel lié au stator, le produit devient :

$$N_{fdg}(\varphi, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \gamma_{(2n+1)p} \cos(2n+1)p(\varphi - \theta) \quad (4.93)$$

Donc l'inductance mutuelle entre un enroulement arbitraire statorique B et l'inducteur fd peut être calculé par :

$$L_{Bfd} = \mu_0 r l \int_{\varphi_B}^{\varphi_{B'}} n_B(\varphi, \theta) N_{fd}(\varphi, \theta) g^{-1}(\varphi, \theta) d\varphi = \mu_0 r l \int_{\varphi_B}^{\varphi_{B'}} n_B(\varphi, \theta) N_{fdg}(\varphi, \theta) d\varphi \quad (4.94)$$

En se référant à la forme de la fonction de spires de la phase complète U et en introduisant l'expression (4.93) dans l'équation (4.94), après l'intégration, on peut obtenir l'expression de l'inductance mutuelle L_{ufd} entre la phase complète U et l'inducteur sous la forme suivante :

$$L_{ufd}(\theta) = M_0 \sin 2\theta + M_3 \sin 6\theta + \dots \quad (4.95)$$

Les inductances mutuelles entre les enroulements statoriques U_{12} U_{56} et l'inducteur peuvent être calculées de la même manière. Les résultats sont montrés à la figure 42.

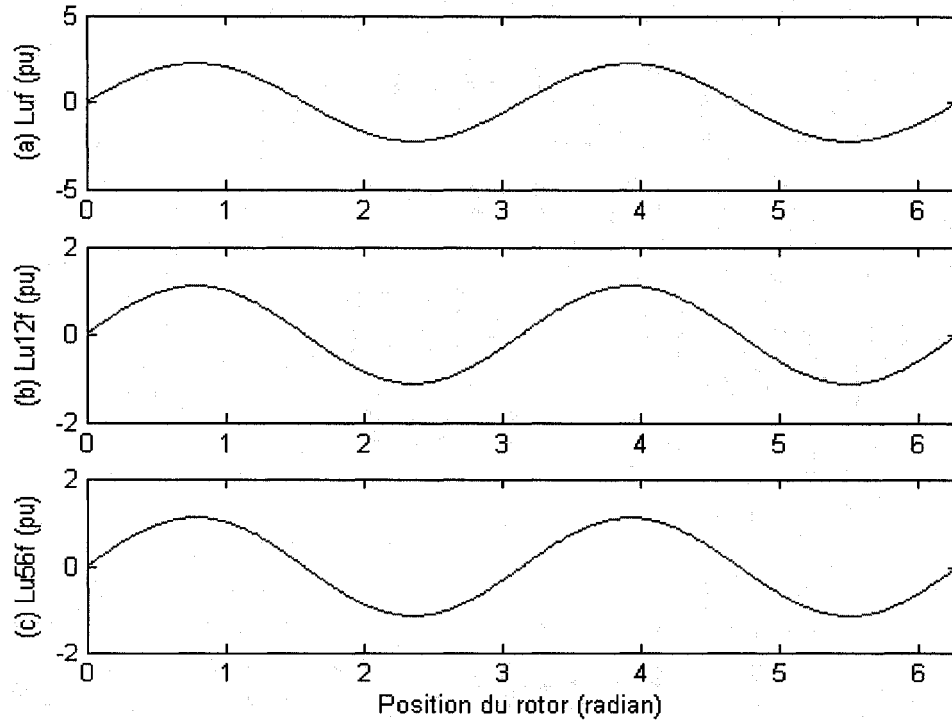


Figure 42 (a) Inductance mutuelle entre la phase U et l'inducteur fd ; (b) Inductance mutuelle entre la demi-phase U_{12} et l'inducteur fd ; (c) Inductance mutuelle entre demi-phase U_{56} et l'inducteur fd

Il est facile de vérifier que :

$$L_{uf} = L_{u12f} + L_{u56f} \quad (4.96)$$

En se référant à la figure 41, l'inductance propre de l'inducteur peut être calculée par :

$$L_{fd} = \mu_0 r l w_{fd}^2 g_d^{-1} \tau_f \quad (4.97)$$

4.5 Calcul des inductances de fuite des enroulements

Les inductances de fuite d'une génératrice sont considérablement petites par rapport à l'impédance de raccordement du point neutre à la terre. L'effet de l'inductance de fuite sur le courant de défaut mis à la terre est négligeable. Cependant, le courant de défaut entre les spires d'une même phase est limité uniquement par l'inductance de fuite et la résistance de l'enroulement court-circuité. Les inductances de fuite doivent être prises en compte dans le calcul des inductances des enroulements.

Les inductances de fuite correspondent aux flux couplés uniquement avec l'enroulement qui les crée. On distingue usuellement (Chatelain, 1983) :

- 1) le flux de fuite d'encoche;
- 2) le flux de fuite différentiel;
- 3) le flux de fuite des têtes de bobine.

Le calcul détaillé de ces différentes inductances relève du dimensionnement de la machine. La somme des inductances de fuite partielles constitue l'inductance de fuite totale.

Inductance de fuite d'encoche - Le flux de fuite d'encoche tient compte du flux traversant l'encoche dans lequel la bobine est disposée. Dans le calcul de l'inductance de fuite, la réluctance du stator peut être négligée par rapport à celle de l'entrefer. Pour une

encoche rectangulaire contenant w_z conducteurs parcourus par le même courant (Figure 43), l'inductance de fuite totale de l'encoche est calculée par (Chatelain, 1983) :

$$L'_\ell = L'_{\ell 1} + L'_{\ell 2} = \mu_0 w_z^2 l \left(\frac{h_2}{b} + \frac{h_1}{3b} \right) \quad (4.98)$$

où l est la longueur du stator. Pour un enroulement comportant w spires réparties dans $2M$ encoches, on a :

$$w = Mw_z \quad (4.99)$$

L'inductance de fuite d'encoche de l'enroulement est :

$$L_{ln} = 2ML'_\ell = 2\mu_0 \frac{w^2}{M} l \left(\frac{h_2}{b} + \frac{h_1}{3b} \right) \quad (4.100)$$

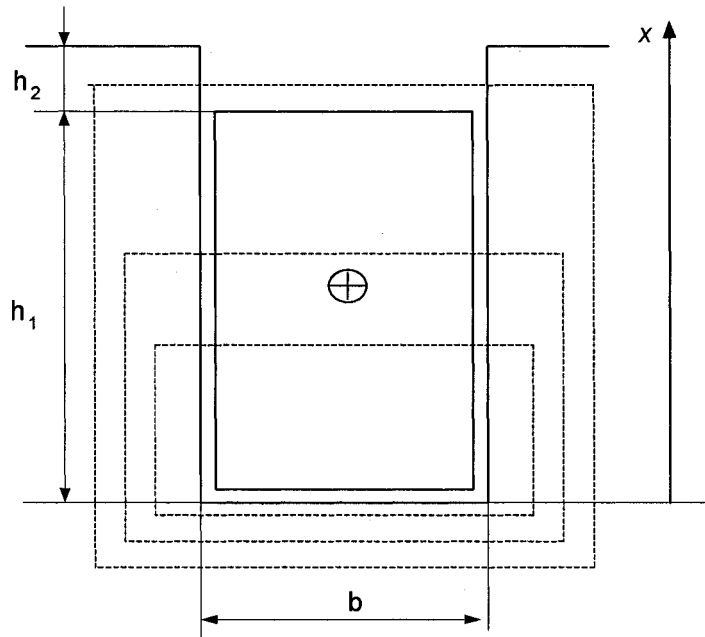


Figure 43 Lignes de champ et distribution du flux de fuite d'encoche

Inductance de fuite différentielle - Lorsqu'on calcule les performances d'une machine, on tient compte essentiellement de la composante fondamentale du flux dans l'entrefer. Si on étudie la forme exacte de l'induction dans l'entrefer, on constate qu'au terme sinusoïdal viennent se superposer des harmoniques d'espace dues essentiellement à la

présence des encoches statoriques et au nombre fini de phases. La différence entre l'harmonique fondamentale et l'onde complète constitue le flux de fuite différentiel et conduit à l'inductance de fuite différentielle.

Nous avons déjà montré que la fonction de bobinage contient toutes les harmoniques d'espace créées par l'enroulement. Ainsi le calcul de l'inductance de fuite différentielle est automatiquement inclus dans le calcul de l'inductance par la nouvelle méthode et n'a pas besoin d'être considéré séparément.

Inductance de fuite des têtes de bobine - Le flux de fuite des têtes de bobine montré à la figure 44 est le flux couplé avec les extrémités, aux voisinages des têtes de bobine. L'estimation de l'inductance de fuite des têtes de bobine est basée sur les formules empiriques. L'une des expressions utilisées est l'équation d'Alger (Alger, 1970) :

$$L_t = 0.3(3\tau - 1)\mu_0 \frac{qw_s^2 D}{p} \quad (4.101)$$

avec

q - nombre de phases,

w_s - nombre de spires par phase

p - nombre de paires de pôle

D - diamètre de l'entrefer

τ - pas d'enroulement

L'équation (4.101) est utilisée pour calculer l'inductance de fuite des têtes de bobine de toute la phase. L'inductance de fuite des têtes de bobine d'une bobine peut être obtenue quand $w_s = 1$.

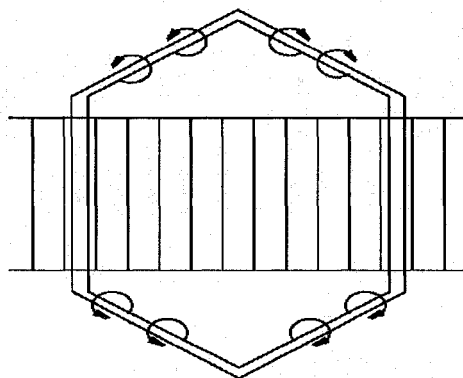


Figure 44 Flux de fuite des têtes de bobines

4.6 Conclusion

En commençant par l'analyse des harmoniques d'espace dus au défaut interne de l'enroulement statorique et leurs effets sur les inductances de la machine bipolaire, une nouvelle expression de détermination des inductances de l'enroulement à distribution arbitraire est présentée dans ce chapitre. Basée sur la fonction de bobinage, cette approche permet de tenir compte de toutes les harmoniques d'espace dans le calcul des inductances. Les paramètres géométriques et le schéma de bobinage de la machine sont nécessaires dans cette approche.

Contrairement aux méthodes traditionnelles de détermination des inductances qui sont souvent réalisées dans le référentiel de l'angle électrique, la nouvelle approche calcule les inductances directement dans le référentiel d'angle mécanique. Les ondes complètes de la fonction de bobinage et de la fonction de spires sont utilisées dans le calcul des inductances. N'étant pas basée sur une décomposition en série de Fourier, cette approche fournit une façon simple et précise de calculer les inductances des enroulements arbitraires de la machine synchrone.

CHAPITRE 5

MODÉLISATION DES DÉFAUTS INTERNES DE MACHINE SYNCHRONE BASÉE SUR LES PARAMÈTRES ÉLECTRIQUES ET LE SCHÉMA DE BOBINAGE

Le chapitre 4 propose une nouvelle approche de détermination des inductances des enroulements arbitraires de la machine synchrone. Cette approche permet de tenir compte de toutes les harmoniques d'espace d'une façon commode et efficace. Malheureusement, cette approche nécessite les paramètres géométriques de la machine synchrone qui sont souvent difficiles à obtenir. De plus, la modélisation des enroulements de l'amortisseur est aussi difficile à réaliser, car on ne connaît pas la distribution réelle des amortisseurs. Par exemple, dans les machines synchrones à rotors lisses où la partie massive du rotor joue le rôle de l'amortisseur, il n'existe pas véritablement d'amortisseur. Par conséquent, il est un peu difficile d'appliquer la nouvelle approche sur tous les types de machine synchrone.

Bien qu'il soit difficile d'accéder aux paramètres géométriques de la machine synchrone, les paramètres électriques de la machine sont faciles à obtenir et peuvent être fournis par le fabricant. Les paramètres électriques donnent l'information complète et fiable sur la machine normale, telle qu'inductances et résistances des enroulements statoriques et rotoriques, qui sont présentés dans le chapitre 2. En considérant la relation correspondante entre ces deux types de paramètres, on peut remplacer les paramètres géométriques dans l'équation de détermination des inductances par les paramètres électriques.

Dans ce chapitre, à l'aide des paramètres électriques de la machine synchrone, une nouvelle formule de détermination des inductances des enroulements arbitraires est proposée. La modélisation de tous les types de défaut interne de la machine synchrone est présentée.

5.1 Calcul des inductances des enroulements arbitraires en utilisant les paramètres électriques

Dans le chapitre 4, l'inductance mutuelle entre deux enroulements arbitraires A et B est calculée en utilisant les paramètres géométriques de la machine synchrone par :

$$L_{BA} = \mu_0 r l \int_{\varphi_B}^{\varphi_{B'}} n_B(\varphi, \theta) N_A(\varphi, \theta) g^{-1}(\varphi, \theta) d\varphi \quad (5.1)$$

Dans cette équation, le rayon moyen de l'entrefer r , la longueur l du stator et l'inverse de l'entrefer $g^{-1}(\varphi, \theta)$ sont les paramètres géométriques de la machine. Ces paramètres géométriques peuvent être remplacés par les paramètres électriques.

5.1.1 Expression générale

Quelques hypothèses simplificatrices sont nécessaires pour déduire la nouvelle expression. La première hypothèse est que les harmoniques supérieures causées par la forme du rotor sont négligées, comme dans les modèles classiques de Park. Donc, la forme de l'entrefer est considérée comme une variation sinusoïdale approximative entre deux extrêmes, ce qui est montré à la figure 45. Pour une machine synchrone à $2p$ pôles, la variation de l'inverse de l'entrefer dans le référentiel lié au stator s'exprime dans le référentiel lié au stator comme (Krause et al., 2002) :

$$g^{-1}(\varphi, \theta) = \delta_0 + \delta_2 \cos 2p(\varphi - \theta) \quad (5.2)$$

En introduisant l'équation (5.2) dans l'expression (5.1), on obtient :

$$L_{BA} = \mu_0 r l \delta_0 \int_{\varphi_B}^{\varphi_{B'}} n_B(\varphi, \theta) N_A(\varphi, \theta) d\varphi + \mu_0 r l \delta_2 \int_{\varphi_B}^{\varphi_{B'}} n_B(\varphi, \theta) N_A(\varphi, \theta) \cos 2p(\varphi - \theta) d\varphi \quad (5.3)$$

On peut la réécrire comme :

$$L_{BA} = K_1 \int_{\varphi_B}^{\varphi_{B'}} n_B(\varphi, \theta) N_A(\varphi, \theta) d\varphi + K_2 \int_{\varphi_B}^{\varphi_{B'}} n_B(\varphi, \theta) N_A(\varphi, \theta) \cos 2p(\varphi - \theta) d\varphi \quad (5.4)$$

où les coefficients K_1 et K_2 représentent les paramètres géométriques, qui sont définis

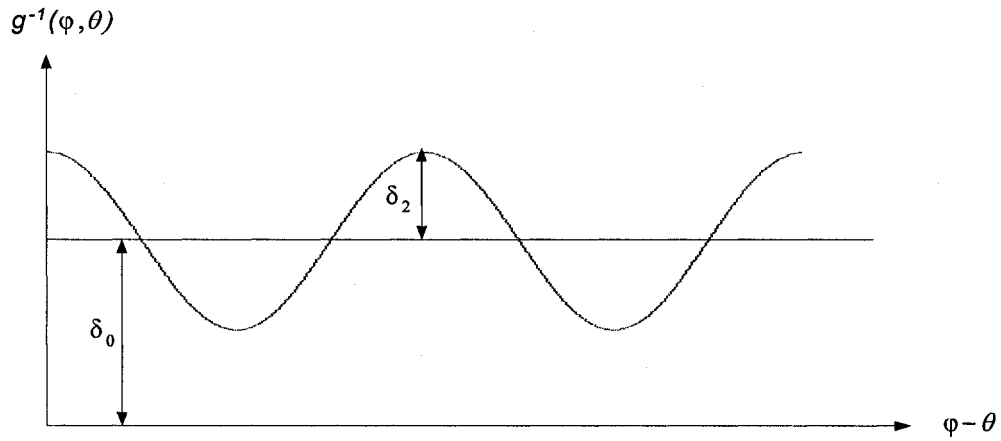


Figure 45 Variation de l'inverse d'entrefer en fonction de la position du rotor

comme :

$$K_1 = \mu_0 r l \delta_0 \text{ et } K_2 = \mu_0 r l \delta_2 \quad (5.5)$$

Dans l'expression (5.4), la fonction de spires $n_B(\varphi, \theta)$ et la fonction de bobinage $N_A(\varphi, \theta)$ peuvent être déterminées par le schéma de bobinage de la machine. Si les coefficients K_1 et K_2 sont connus, le calcul de l'inductance mutuelle L_{AB} peut être réalisé sans les paramètres géométriques.

Dans les modèles classiques de la machine synchrone, on ne considère que la première harmonique d'espace de la distribution de la f.m.m. créée par les enroulements de la machine. Basées sur cette hypothèse, la fonction de spire $n_{na}(\varphi, \theta)$ et la fonction de bobinage $N_{na}(\varphi, \theta)$ de la phase normale A d'une machine à $2p$ pôles sont identiques et peuvent être écrites comme :

$$n_{na}(\varphi) = N_{na}(\varphi) = w_s \cos p\varphi \quad \varphi \in [0, 2\pi] \quad (5.6)$$

où w_s est l'amplitude de la première harmonique de la fonction de bobinage de la phase A . L'inductance de magnétisation L_{am} de la phase A est calculée par :

$$L_{am} = \mu_0 r l \int_0^{2\pi} n_{na}(\varphi, \theta) N_{na}(\varphi, \theta) g^{-1}(\varphi, \theta) d\varphi \quad (5.7)$$

En introduisant l'équation (5.6) dans l'équation (5.7), le résultat devient :

$$L_{am} = \pi\mu_0 r l w_s^2 \left(\delta_0 + \frac{\delta_2}{2} \cos 2p\theta \right) \quad (5.8)$$

Comme au chapitre 2, l'inductance de magnétisation de la phase a peut être écrite sous la forme :

$$L_{am} = L_g + L_s \cos 2p\theta \quad (5.9)$$

où

$$L_g = \delta_0 \pi \mu_0 r l w_s^2$$

$$L_s = \frac{\delta_2}{2} \pi \mu_0 r l w_s^2$$

Les inductances de magnétisation selon l'axe d et de l'axe q sont définies comme (Krause et al., 2002) :

$$L_{md} = \frac{3}{2} (L_g + L_s) = \frac{3}{2} \pi \mu_0 r l w_s^2 \left(\delta_0 + \frac{\delta_2}{2} \right) \quad (5.10)$$

$$L_{mq} = \frac{3}{2} (L_g - L_s) = \frac{3}{2} \pi \mu_0 r l w_s^2 \left(\delta_0 - \frac{\delta_2}{2} \right) \quad (5.11)$$

En résolvant (5.10) et (5.11), on obtient :

$$\mu_0 r l \delta_0 = \frac{L_{md} + L_{mq}}{3\pi w_s^2} \quad (5.12)$$

$$\mu_0 r l \delta_2 = \frac{2(L_{md} - L_{mq})}{3\pi w_s^2} \quad (5.13)$$

En introduisant (5.12~13) dans l'équation (5.5), on obtient :

$$L_{Ba} = \frac{L_{md} + L_{mq}}{3\pi w_s^2} \int_{\varphi_B}^{\varphi_B} n_B(\varphi, \theta) N_A(\varphi, \theta) d\varphi + \frac{2(L_{md} - L_{mq})}{3\pi w_s^2} \int_{\varphi_B}^{\varphi_B} n_B(\varphi, \theta) N_A(\varphi, \theta) \cos 2p(\varphi - \theta) d\varphi \quad (5.14)$$

Les inductances de magnétisation L_{md} et L_{mq} sont des paramètres électriques qui peuvent être déduits à partir des autres paramètres électriques, tels que présenté au chapitre 2.

L'amplitude w_s peut être calculée à partir de la fonction de bobinage de la phase normale, tandis que la fonction de spires $n_B(\varphi, \theta)$ et la fonction de bobinage $N_A(\varphi, \theta)$ sont déterminées par les emplacements des bobines des enroulements A et B respectivement, qui peuvent être déduits du schéma de bobinage. Par conséquent, l'équation (5.14) peut être utilisée à calculer les inductances des enroulements arbitraires sans l'aide des paramètres géométriques.

Remarque

Puisqu'on connaît l'expression de l'inductance de la phase normale en paramètres géométriques, on peut trouver les significations physiques des termes utilisés dans le chapitre 2.

Dans le chapitre 2, les expressions de L_g et L_s sont données par :

$$L_g = K_M w_s^2 \frac{P_d + P_q}{2} \quad (5.15)$$

$$L_s = K_M w_s^2 \frac{P_d - P_q}{2} \quad (5.16)$$

Avec la relation $P = \mu_0 g^{-1}$ et en comparant les équations (5.10~11) avec les équations (5.15~16), on peut facilement obtenir :

$$P_d = \mu_0 \left(\delta_0 + \frac{\delta_2}{2} \right) \text{ et } P_q = \mu_0 \left(\delta_0 - \frac{\delta_2}{2} \right) \quad (5.17)$$

Ainsi que le facteur de la machine K_M est :

$$K_M = \pi r l \quad (5.18)$$

5.1.2 Expression des inductances statoriques en paramètres électriques

La fonction de spires et la fonction de bobinage d'un enroulement statorique ne sont que fonctions de l'angle φ . Donc, pour les enroulements statoriques arbitraires A et B , l'équation (5.14) devient :

$$L_{BA} = \frac{L_{md} + L_{mq}}{3\pi w_s^2} \int_{\varphi_B}^{\varphi_B} n_B(\varphi) N_A(\varphi) d\varphi + \frac{2(L_{md} - L_{mq})}{3\pi w_s^2} \int_{\varphi_B}^{\varphi_B} n_B(\varphi) N_A(\varphi) \cos 2p(\varphi - \theta) d\varphi \quad (5.19)$$

Le premier terme de l'équation (5.19) est un terme constant, tandis que le deuxième terme est fonction de $2p\theta$. Donc, l'inductance mutuelle entre les enroulements statoriques A et B s'exprime sous la forme générale suivante :

$$L_{BA} = L_{BA0} + L_{BA2} \cos(2p\theta - \varphi_{AB2}) \quad (5.20)$$

Cela montre que si les harmoniques d'ordre supérieur de l'inverse de l'entrefer $g^{-1}(\varphi, \theta)$ sont négligées, les inductances des enroulements statoriques ne présenteront pas d'harmoniques d'ordre supérieur, même pour les enroulements arbitraires. Cela correspond à la conclusion énoncée dans la section 4.2 : une harmonique de l'inductance statorique (propre ou mutuelle) est proportionnelle à l'harmonique de même rang de l'inverse d'entrefer.

Mais, il faut noter que les harmoniques d'espace des enroulements arbitraires sont incluses dans la composante directe L_{BA0} et la composante fondamentale L_{BA2} grâce à l'utilisation des ondes complètes de la fonction de bobinage $n_B(\varphi, \theta)$ et de la fonction de bobinage $N_A(\varphi, \theta)$. Si $B=A$, L_{BA} devient l'inductance propre L_{AA} de l'enroulement A . L_{AA0} contient automatiquement l'inductance de fuite différentielle car la fonction de bobinage $N_A(\varphi)$ contient toutes les harmoniques créées par l'enroulement A . Seule l'inductance des têtes de bobine de l'enroulement A , calculée à partir de l'équation d'Alger (Alger, 1970), doit être ajoutée dans l'expression de l'inductance propre L_{AA} .

5.1.3 Expressions des inductances mutuelles entre le stator et le rotor en paramètres électriques

On peut obtenir les fonctions de spires et les fonctions de bobinage des enroulements statoriques à partir du schéma de bobinage de la machine. Généralement, le schéma de bobinage du circuit inducteur au rotor est aussi disponible, mais pour les enroulements d'amortisseur, les choses deviennent plus compliquées. Dans les machines à pôles saillants, les circuits d'amortisseur sont constitués généralement de barres de cuivre reliées entre elles à chaque extrémité du rotor par un anneau. Mais le schéma de bobinage et les paramètres géométriques relatifs aux circuits amortisseur ne sont pas faciles à obtenir. Pour les machines où le rotor est construit en fer massif, c'est le fer qui joue le rôle d'amortisseur. Donc il n'existe pas véritablement d'amortisseur. Dans les modèles classiques de la machine synchrone, pour modéliser les circuits d'amortisseurs, les courants de l'amortisseur sont généralement supposés circulant dans deux groupes de circuit : un groupe dont le flux est couplé avec l'axe d et un autre groupe dont le flux est couplé avec l'axe q . Le nombre de circuits dépend de la précision du modèle. Dans la plupart des cas, il suffit de représenter les circuits amortisseur en deux enroulements équivalents à distribution sinusoïdale dans l'axe d et l'axe q . Puisque notre but est d'étudier uniquement les défauts internes au stator, nous pouvons considérer la distribution des enroulements au rotor comme étant fixe et en condition normale.

Comme dans le modèle de Park, les circuits rotoriques sont représentés par trois enroulements à distribution sinusoïdale : un enroulement f_d d'inducteur, deux enroulements k_d et k_q d'amortisseur. Les résistances et les inductances des enroulements rotoriques peuvent être convertis à partir des paramètres électriques.

Contrairement aux inductances propres du rotor, les inductances mutuelles entre le stator et le rotor sont influencées par la présence des défauts internes au stator. Considérant que les enroulements rotoriques sont à distribution sinusoïdale, la fonction de bobinage de l'inducteur d'une machine à $2p$ pôles s'exprime comme :

$$N_{fd}(\varphi, \theta) = w_{fd} \sin p(\varphi - \theta) \quad \varphi - \theta \in [0, 2\pi] \quad (5.21)$$

où w_{fd} est l'amplitude de l'harmonique fondamentale de l'enroulement d'inducteur.

En introduisant l'équation (5.21) dans l'équation (5.14), l'inductance mutuelle entre l'enroulement statorique arbitraire B et l'enroulement d'inducteur fd est calculée par :

$$L_{Bfd} = \frac{L_{md} + L_{mq}}{3\pi w_s^2} \int_{\varphi_B}^{\varphi_B'} n_B(\varphi) w_{fd} \sin p(\varphi - \theta) d\varphi + \frac{2(L_{md} - L_{mq})}{3\pi w_s^2} \int_{\varphi_B}^{\varphi_B'} n_B(\varphi) w_{fd} \sin p(\varphi - \theta) \cos 2p(\varphi - \theta) d\varphi \quad (5.22)$$

Après simplification, on obtient :

$$L_{Bfd} = \frac{2L_{md} w_{fd}}{3\pi w_s^2} \int_{\varphi_B}^{\varphi_B'} n_B(\varphi) \sin p(\varphi - \theta) d\varphi + \frac{(L_{md} - L_{mq}) w_{fd}}{3\pi w_s^2} \int_{\varphi_B}^{\varphi_B'} n_B(\varphi) \sin 3p(\varphi - \theta) d\varphi \quad (5.23)$$

L'inductance mutuelle L_{Bfd} peut être écrite sous la forme suivante :

$$L_{Bfd} = L_{Bfd1} \sin(p\theta - \varphi_{Bfd1}) + L_{Bfd3} \sin(3p\theta - \varphi_{Bfd3}) \quad (5.24)$$

L'équation (5.24) montre que des harmoniques d'espace de l'enroulement statorique peuvent causer la présence de l'harmonique d'ordre $3p$ dans les inductances mutuelles entre le stator et le rotor, ce qui est différent des inductances statoriques.

Comme au chapitre 2, nous pouvons rapporter les variables du rotor au stator, ce qui permet d'éliminer les variables du rotor. Avec les variables définies par l'équation (2.66), en grandeurs relatives du rotor, l'inductance mutuelle L'_{Bfd} devient :

$$L'_{Bfd} = \frac{L_{md}}{\pi w_s} \int_{\varphi_B}^{\varphi_B'} n_B(\varphi) \sin p(\varphi - \theta) d\varphi + \frac{L_{md} - L_{mq}}{2\pi w_s} \int_{\varphi_B}^{\varphi_B'} n_B(\varphi) \sin 3p(\varphi - \theta) d\varphi \quad (5.25)$$

De la même manière, les inductances mutuelles entre l'enroulement B et les enroulements d'amortisseur sont calculées par :

$$L'_{Bkd} = \frac{L_{md}}{\pi w_s} \int_{\varphi_B}^{\varphi_B'} n_B(\varphi) \sin p(\varphi - \theta) d\varphi + \frac{L_{md} - L_{mq}}{2\pi w_s} \int_{\varphi_B}^{\varphi_B'} n_B(\varphi) \sin 3p(\varphi - \theta) d\varphi \quad (5.26)$$

$$\dot{L}_{Bkq} = \frac{L_{mq}}{\pi w_s} \int_{\varphi_B}^{\varphi_{B'}} n_B(\varphi) \cos p(\varphi - \theta) d\varphi + \frac{L_{md} - L_{mq}}{2\pi w_s} \int_{\varphi_B}^{\varphi_{B'}} n_B(\varphi) \cos 3p(\varphi - \theta) d\varphi \quad (5.27)$$

5.2 Exemple de calcul des inductances en utilisant les paramètres électriques

Les inductances de la même machine à 4 pôles de 13 kVA, 208 V, 36 A sont calculées en utilisant les paramètres électriques. Le processus de calcul des inductances de la machine est identique à celui présenté dans le chapitre 4. Les résultats sont montrés aux figures 46 ~ 47.

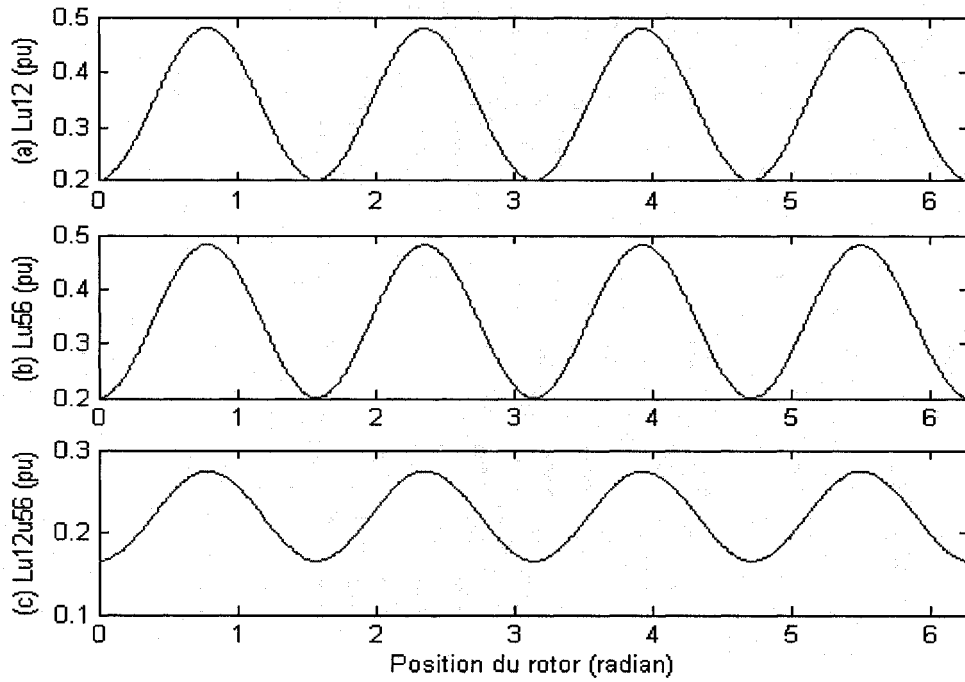


Figure 46 (a) Inductance propre de la demi-phase U_{12} ; (b) Inductance propre de la demi-phase U_{56} ; (c) Inductance mutuelle entre deux demi-phases

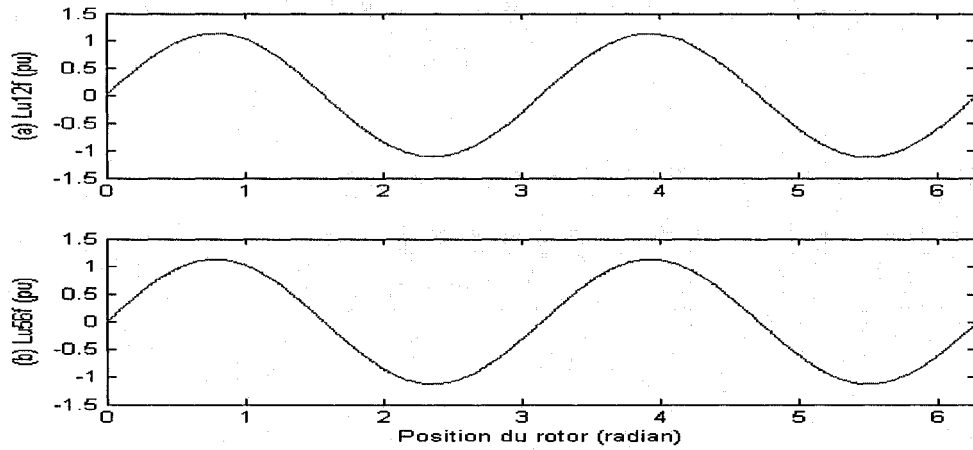


Figure 47 (a) Inductance mutuelle entre la demi-phase U_{12} et l'inducteur fd ; (b) Inductance mutuelle entre la demi-phase U_{56} et l'inducteur fd

Les résultats sont presque identiques à ceux calculés par les paramètres géométriques, sauf que les inductances statoriques ne contiennent pas d'harmonique d'ordre supérieur.

5.3 Modèles de la machine synchrone basés sur la distribution réelle des enroulements statoriques

L'approche de la fonction de bobinage permet d'établir aisément les modèles de tous les types de défauts internes de la machine synchrone, puisqu'il n'y a pas de limitation quant à la distribution des enroulements statoriques. Comme le nombre des courants indépendants circulant dans le stator est différent d'après le type de défaut, la machine synchrone peut être représentée par un système couplé constitué de m enroulements statoriques et trois enroulements rotoriques. Avec les grandeurs relatives du rotor, les équations de tension aux bornes des enroulements peuvent s'exprimer sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \tilde{v}_s \\ \tilde{v}_r' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [R_s] & 0 \\ 0 & [R_r'] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_s \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{\lambda}_s \\ \tilde{\lambda}_r' \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{\lambda}_s \\ \tilde{\lambda}_r' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_{ss}(\theta)] & [L'_{sr}(\theta)] \\ \frac{2}{3}[L'_{sr}(\theta)]^T & [L'_{rr}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_s \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

où

$$\tilde{v}_s = \begin{bmatrix} v_{s1} \\ \vdots \\ v_{sm} \end{bmatrix} \quad \tilde{v}_r' = \begin{bmatrix} v'_{fd} \\ v'_{kd} \\ v'_{kq} \end{bmatrix} \quad \tilde{\lambda}_s = \begin{bmatrix} \lambda_{s1} \\ \vdots \\ \lambda_{sm} \end{bmatrix} \quad \tilde{\lambda}_r' = \begin{bmatrix} v'_{fd} \\ v'_{kd} \\ v'_{kq} \end{bmatrix} \quad \tilde{i}_s = \begin{bmatrix} i_{s1} \\ \vdots \\ i_{sm} \end{bmatrix} \quad \tilde{i}_r' = \begin{bmatrix} i'_{fd} \\ i'_{kd} \\ i'_{kq} \end{bmatrix}$$

Les matrices d'inductance et de résistance liées aux enroulements statoriques s'expriment comme :

$$[R_s] = \text{diag} \{ R_{s1} \quad \dots \quad R_{sm} \}$$

$$[L_{ss}] = \begin{bmatrix} L_{s1s1} & L_{s1s2} & \dots & L_{s1sm} \\ L_{s2s1} & L_{s2s2} & \dots & L_{s2sm} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{sms1} & L_{sms2} & \dots & L_{s2sm} \end{bmatrix} \quad [L'_{sr}] = \begin{bmatrix} L'_{s1fd} & L'_{s1kd} & L'_{s1kq} \\ L'_{s2fd} & L'_{s1kd} & L'_{s1kq} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ L'_{smfd} & L'_{s1kd} & L'_{s1kq} \end{bmatrix}$$

Les inductances et les résistances des enroulements rotoriques sont les mêmes que ceux du modèle *abc* présenté par les équations (2.78) dans le chapitre 2.

Dans l'équation (5.28), le nombre de variables d'état statoriques dépend du nombre de courants indépendants circulant dans le stator, qui est différent d'après le type de défaut. Dans cette section, la représentation d'état de la machine sous toutes les conditions est présentée. Pour tenir compte des effets des résistances et des inductances externes, le point neutre de la machine est raccordé à la terre par une résistance R_g et une inductance L_g . Aussi, la machine est supposée connectée à un bus infini par une ligne de transmission de résistance R_e et d'inductance L_e , ce qui est montré à la figure 48.

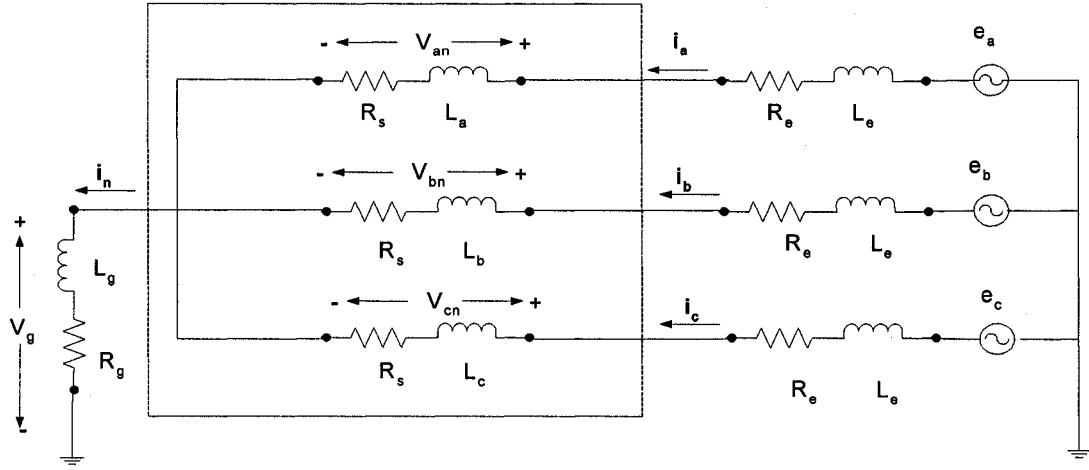


Figure 48 Connexion de la machine sous la condition normale

5.3.1 Représentation d'état de la machine sous la condition normale

La figure 48 illustre le schéma de connexion de la machine synchrone sous la condition normale. Dans ce cas, il y a trois courants indépendants qui circulent dans le stator, donc la dimension du vecteur m est égale à 3. Puisqu'il n'y a pas de défaut, les équations de tension de la machine sont les mêmes que celles du modèle abc , qui s'exprime comme :

$$\begin{bmatrix} \tilde{v}_{abcn} \\ \tilde{v}_r' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [R_s] & 0 \\ 0 & [R_r'] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{abcn} \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{\lambda}_{abc} \\ \tilde{\lambda}_r' \end{bmatrix} \quad (5.31)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{\lambda}_{abc} \\ \tilde{\lambda}_r' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_{ss}(\theta)] & [L_{sr}'(\theta)] \\ \frac{2}{3} [L_{sr}'(\theta)]^T & [L_{rr}'(\theta)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{abc} \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} \quad (5.32)$$

où

$$\tilde{v}_{abcn} = \begin{bmatrix} v_{an} \\ v_{bn} \\ v_{cn} \end{bmatrix} \quad \tilde{\lambda}_{abc} = \begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \end{bmatrix} \quad \tilde{i}_{abc} = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

Les inductances et les résistances sont définies par les équations (2.77~78) dans le chapitre 2 et sont obtenus à partir des paramètres électriques. L'équation différentielle de la machine normale s'exprime par :

$$\begin{bmatrix} [L_{ss}(\theta)] & [\dot{L}_{sr}(\theta)] \\ \frac{2}{3}[\dot{L}_{sr}(\theta)]^T & [\dot{L}_{rr}] \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{abc} \\ \tilde{i}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[R_s] - \frac{d}{dt}[L_{ss}(\theta)] & -\frac{d}{dt}[\dot{L}_{sr}(\theta)] \\ -\frac{2}{3}\frac{d}{dt}[\dot{L}_{sr}(\theta)]^T & -[\dot{R}_r] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{abc} \\ \tilde{i}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{v}_{abcn} \\ \tilde{v}_r \end{bmatrix} \quad (5.33)$$

Pour résoudre cette équation différentielle, les tensions d'entrée appliquées aux bornes des enroulements de la machine sont nécessaires. Pour les enroulements rotoriques, les tensions d'entrée sont supposées constantes et s'expriment comme :

$$\tilde{v}_r = \begin{bmatrix} v_{fd}' \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Les tensions d'entrée appliquées aux bornes des enroulements statoriques peuvent être obtenues à partir de la connexion extérieure des enroulements statoriques. En se référant à la figure 48, on peut trouver les relations suivantes :

$$-e_a + R_e i_a + L_e \frac{di_a}{dt} + v_{an} + v_g = 0$$

$$-e_b + R_e i_b + L_e \frac{di_b}{dt} + v_{bn} + v_g = 0$$

$$-e_c + R_e i_c + L_e \frac{di_c}{dt} + v_{cn} + v_g = 0$$

$$v_g = R_g (i_a + i_b + i_c) + L_g \frac{d}{dt} (i_a + i_b + i_c)$$

où e_j ($j = a, b, c$) est la tension de phase du bus infini. Les équations ci-dessus peuvent s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\tilde{v}_{abcn} = \tilde{e}_{abc} - [R_T] \tilde{i}_{abc} - [L_T] \frac{d\tilde{i}_{abc}}{dt} \quad (5.34)$$

où

$$\tilde{e}_{abc} = \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix}$$

$$[R_T] = \begin{bmatrix} R_e + R_g & R_g & R_g \\ R_g & R_e + R_g & R_g \\ R_g & R_g & R_e + R_g \end{bmatrix} \quad [L_T] = \begin{bmatrix} L_e + L_g & L_g & L_g \\ L_g & L_e + L_g & L_g \\ L_g & L_g & L_e + L_g \end{bmatrix}$$

En combinant les tensions d'entrée du stator (5.34) avec l'équation différentielle (5.33), on obtient le résultat :

$$\begin{bmatrix} [L_{ss}(\theta)] + [L_T] & [\dot{L}_{sr}(\theta)] \\ \left(\frac{2}{3}[\dot{L}_{sr}(\theta)]\right)^T & [\dot{L}_{rr}] \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{abc} \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[R_s] - \frac{d}{dt}[L_{ss}(\theta)] - [R_T] & -\frac{d}{dt}[\dot{L}_{sr}(\theta)] \\ -\frac{d}{dt}\left(\frac{2}{3}[\dot{L}_{sr}(\theta)]\right)^T & -[R_{rr}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{abc} \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{e}_{abc} \\ \tilde{v}_r' \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

Si on définit :

$$[L_{eq}] = \begin{bmatrix} [L_{ss}(\theta)] + [L_T] & [\dot{L}_{sr}(\theta)] \\ \left(\frac{2}{3}[\dot{L}_{sr}(\theta)]\right)^T & [\dot{L}_{rr}] \end{bmatrix}$$

$$[R_{eq}] = \begin{bmatrix} -[R_s] - \frac{d}{dt}[L_{ss}(\theta)] - [R_T] & -\frac{d}{dt}[\dot{L}_{sr}(\theta)] \\ -\frac{d}{dt}\left(\frac{2}{3}[\dot{L}_{sr}(\theta)]\right)^T & -[R_{rr}] \end{bmatrix}$$

L'équation (5.35) devient :

$$[L_{eq}] \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{abc} \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} = [R_{eq}] \begin{bmatrix} \tilde{i}_{abc} \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{e}_{abc} \\ \tilde{v}_r' \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

La représentation d'état du système machine sous la condition normale est :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{abc} \\ \tilde{i}'_r \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} L_{eq} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} R_{eq} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \tilde{i}_{abc} \\ \tilde{i}'_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{L}_{eq} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \tilde{e}_{abc} \\ \tilde{v}'_r \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

5.3.2 Défaut d'une phase mise à la terre

La figure 49 illustre le schéma de connexion de la machine synchrone relié à un bus infini dans le cas d'une phase mise à la terre. Supposons qu'il y ait un défaut dans la phase a . Il y a alors deux courants indépendants circulant dans les sous-enroulements a_1 et a_2 . La dimension du vecteur statorique m est égale à 4.

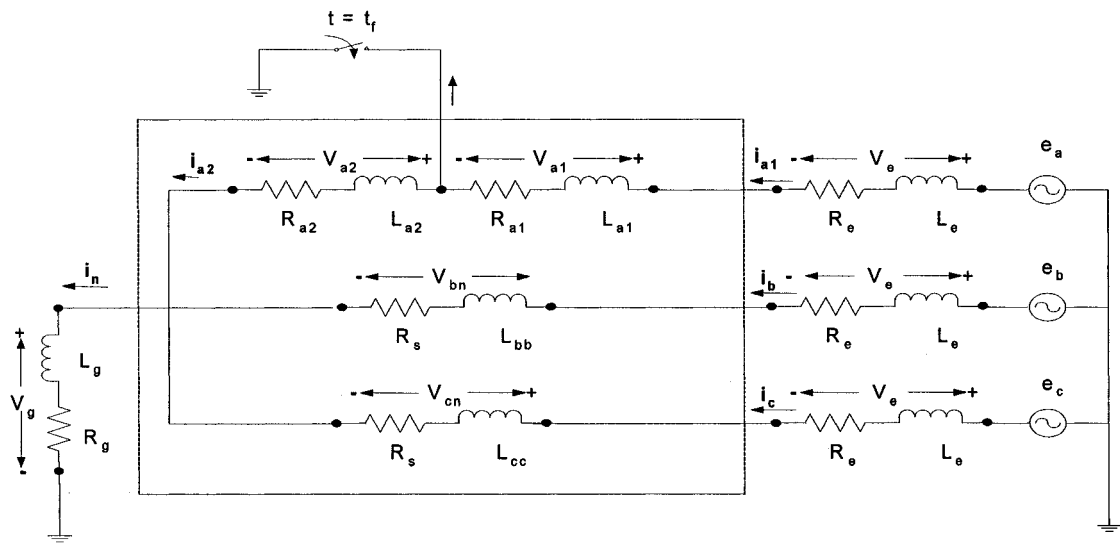


Figure 49 Connexion de la machine lors d'une phase mise à la terre

Les équations de tension aux bornes des enroulements de la machine s'expriment par :

$$\begin{bmatrix} \tilde{v}_{a2bcn} \\ \tilde{v}'_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{s1} \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} R'_r \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{a2bcn} \\ \tilde{i}'_r \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{\lambda}_{a2bc} \\ \tilde{\lambda}'_r \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{\lambda}_{a2bc} \\ \tilde{\lambda}_r' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_{ss1}(\theta)] & [\dot{L}_{sr1}(\theta)] \\ \frac{2}{3}[\dot{L}_{sr1}(\theta)]^T & [\dot{L}_{rr}(\theta)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{a2bc} \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} \quad (5.39)$$

où

$$\tilde{i}_{a2bc} = \begin{bmatrix} i_{a1} \\ i_{a2} \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad \tilde{v}_{a2bcn} = \begin{bmatrix} v_{a1} \\ v_{a2} \\ v_{bn} \\ v_{cn} \end{bmatrix} \quad \tilde{\lambda}_{a2bc} = \begin{bmatrix} \lambda_{a1} \\ \lambda_{a2} \\ \lambda_{bn} \\ \lambda_{cn} \end{bmatrix}$$

$$[L_{ss1}] = \begin{bmatrix} L_{a1a1} & L_{a1a2} & L_{a1b} & L_{a1c} \\ L_{a2a1} & L_{a2a2} & L_{a2b} & L_{a2c} \\ L_{ba1} & L_{ba2} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{ca1} & L_{ca2} & L_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix} \quad [\dot{L}_{sr1}] = \begin{bmatrix} \dot{L}_{a1fd} & \dot{L}_{a1kd} & \dot{L}_{a1kq} \\ \dot{L}_{a2fd} & \dot{L}_{a2kd} & \dot{L}_{a2kq} \\ \dot{L}_{bfd} & \dot{L}_{bkd} & \dot{L}_{bkq} \\ \dot{L}_{cfd} & \dot{L}_{ckd} & \dot{L}_{ckq} \end{bmatrix}$$

$$[R_{s1}] = \text{diag} \{ R_{a1} \quad R_{a2} \quad R_s \quad R_s \}$$

On peut séparer les termes des matrices inductances $[L_{ss1}]$ $[\dot{L}_{sr1}]$ en deux parties : une partie qui contient les inductances propres des phases saines b, c et l'inductance mutuelle entre elles; l'autre partie qui contient les inductances relatives aux enroulements défectueux a_1 et a_2 . Les inductances dans la partie saine gardent les mêmes valeurs que celles du modèle normal, les inductances dans la partie défectueuse sont calculées par la méthode présentée dans la section 5.1. L'équation différentielle de la machine en ce cas s'exprime par :

$$\begin{bmatrix} [L_{ss1}(\theta)] & [\dot{L}_{sr1}(\theta)] \\ \frac{2}{3}[\dot{L}_{sr1}(\theta)]^T & [\dot{L}_{rr}(\theta)] \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{a2bc} \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[R_{s1}] \frac{d}{dt} [L_{ss1}(\theta)] & -\frac{d}{dt} [\dot{L}_{sr1}(\theta)] \\ -\frac{2}{3} \frac{d}{dt} [\dot{L}_{sr1}(\theta)]^T & -[\dot{R}_{rr}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{a2bc} \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{v}_{a2bcn} \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

En se référant à la figure 49, on peut trouver les relations suivantes :

$$\begin{aligned}
-e_a + R_e i_{a1} + L_e \frac{di_{a1}}{dt} + v_{a1} &= 0 \\
v_{a2} + v_g &= 0 \\
-e_b + R_e i_b + L_e \frac{di_b}{dt} + v_{bn} + v_g &= 0 \\
-e_c + R_e i_c + L_e \frac{di_c}{dt} + v_{cn} + v_g &= 0 \\
v_g &= R_g (i_{a2} + i_b + i_c) + L_g \frac{d}{dt} (i_{a2} + i_b + i_c)
\end{aligned}$$

Les équations ci-dessus peuvent s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\tilde{v}_{a2bcn} = \tilde{e}_{a0bc} - [R_{T1}] \tilde{i}_{a2bc} - [L_{T1}] \frac{d\tilde{i}_{a2bc}}{dt} \quad (5.41)$$

où

$$\tilde{e}_{a0bc} = \begin{bmatrix} e_a \\ 0 \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix}$$

et

$$[R_{T1}] = \begin{bmatrix} R_e & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_g & R_g & R_g \\ 0 & R_g & R_g + R_e & R_g \\ 0 & R_g & R_g & R_g + R_e \end{bmatrix} \quad [L_{T1}] = \begin{bmatrix} L_e & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_g & L_g & L_g \\ 0 & L_g & L_g + L_e & L_g \\ 0 & L_g & L_g & L_g + L_e \end{bmatrix}$$

En combinant les équations d'entrée du stator (5.41) avec l'équation (5.40), le résultat, tout arrangement fait, devient :

$$\begin{bmatrix} [L_{s1}(\theta)] + [L_{T1}] & [\dot{L}_{s1}(\theta)] \\ \frac{2}{3} [\dot{L}_{s1}(\theta)]^T & [\dot{L}_r(\theta)] \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{a2bc} \\ \tilde{i}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[R_{s1}] - [R_{T1}] - \frac{d}{dt} [L_{s1}(\theta)] & -\frac{d}{dt} [\dot{L}_{s1}(\theta)] \\ -\frac{2}{3} \frac{d}{dt} [\dot{L}_{s1}(\theta)]^T & -[\dot{R}_r] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{a2bc} \\ \tilde{i}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{e}_{a0bc} \\ \tilde{v}_r \end{bmatrix} \quad (5.42)$$

Comme le cas de la machine saine, l'équation peut s'exprimer par une représentation d'état:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{a2bc} \\ \tilde{i}_r \end{bmatrix} = \left([L_{eq1}]^{-1} [R_{eq1}] \right) \begin{bmatrix} \tilde{i}_{a2bc} \\ \tilde{i}_r \end{bmatrix} + [L_{eq1}]^{-1} \begin{bmatrix} \tilde{e}_{a0bc} \\ \tilde{v}_r \end{bmatrix} \quad (5.43)$$

où

$$[L_{eq1}] = \begin{bmatrix} [L_{ss1}(\theta)] + [L_{T1}] & [\dot{L}_{sr1}(\theta)] \\ \frac{2}{3} [\dot{L}_{sr1}(\theta)]^T & [\dot{L}_{rr}] \end{bmatrix}$$

$$[R_{eq1}] = \begin{bmatrix} -[R_s] - [R_{T1}] - \frac{d}{dt} [L_{ss1}(\theta)] & -\frac{d}{dt} [\dot{L}_{sr1}(\theta)] \\ -\frac{2}{3} \frac{d}{dt} [\dot{L}_{sr1}(\theta)]^T & -[R_r'] \end{bmatrix}$$

5.3.3 Défaut de deux phases mises à la terre

Pour un défaut de deux phases à la terre, les équations de tension peuvent être établies avec une procédure similaire, sauf que la dimension des variables statoriques m sera 5.

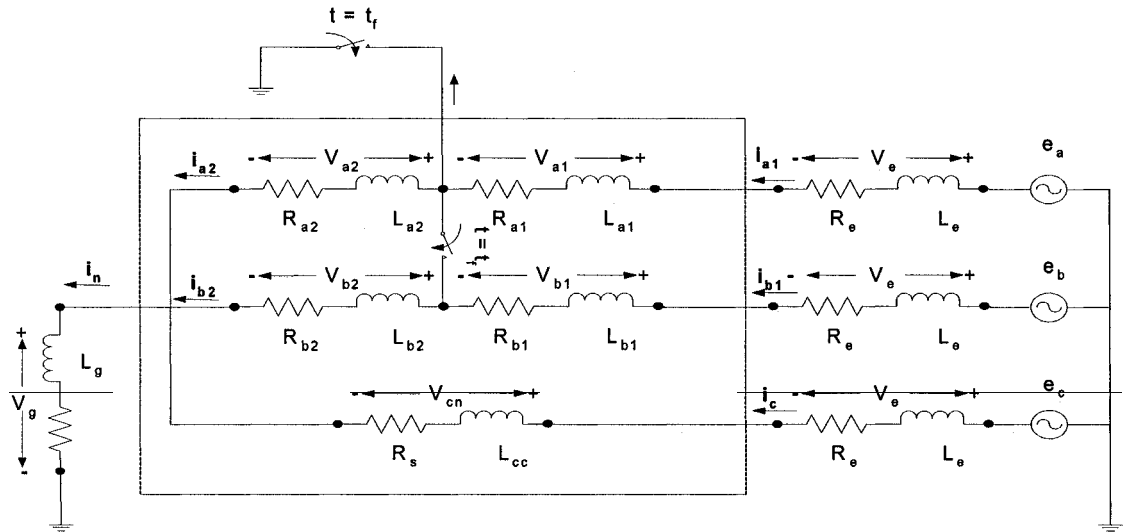


Figure 50 Connexion de la machine lors de deux phases mises à la terre

Les équations de tension aux bornes des enroulements de la machine s'expriment par :

$$\begin{bmatrix} \tilde{v}_{a2b2cn} \\ \tilde{v}_r' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [R_{s2}] & 0 \\ 0 & [R_r'] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{a2b2c} \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{\lambda}_{a2b2c} \\ \tilde{\lambda}_r' \end{bmatrix} \quad (5.44)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{\lambda}_{a2b2c} \\ \tilde{\lambda}_r' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_{ss2}(\theta)] & [\dot{L}_{sr2}(\theta)] \\ \frac{2}{3}[\dot{L}_{sr2}(\theta)]^T & [\dot{L}_{rr}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{a2b2c} \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} \quad (5.45)$$

où

$$\tilde{i}_{a2b2c} = \begin{bmatrix} i_{a1} \\ i_{a2} \\ i_{b1} \\ i_{b2} \\ i_c \end{bmatrix} \quad \tilde{v}_{a2b2cn} = \begin{bmatrix} v_{a1} \\ v_{a2} \\ v_{b1} \\ v_{b2} \\ v_{cn} \end{bmatrix}$$

$$[L_{ss2}] = \begin{bmatrix} L_{a1a1} & L_{a1a2} & L_{a1b1} & L_{a1b2} & L_{a1c} \\ L_{a2a1} & L_{a2a2} & L_{a2b1} & L_{a2b2} & L_{a2c} \\ L_{b1a1} & L_{b1a2} & L_{b1b1} & L_{b1b2} & L_{b1c} \\ L_{b2a1} & L_{b2a2} & L_{b2b1} & L_{b2b2} & L_{b2c1} \\ L_{ca1} & L_{ca2} & L_{cb1} & L_{cb2} & L_{cc} \end{bmatrix} \quad [\dot{L}_{sr2}] = \begin{bmatrix} \dot{L}_{a1fd} & \dot{L}_{a1kd} & \dot{L}_{a1kq} \\ \dot{L}_{a2fd} & \dot{L}_{a2kd} & \dot{L}_{a2kq} \\ \dot{L}_{b1fd} & \dot{L}_{b1kd} & \dot{L}_{b1kq} \\ \dot{L}_{b2fd} & \dot{L}_{b2kd} & \dot{L}_{b2kq} \\ \dot{L}_{cfd} & \dot{L}_{ckd} & \dot{L}_{ckq} \end{bmatrix}$$

$$[R_{s2}] = \text{diag} \{ R_{a1} \quad R_{a2} \quad R_{b1} \quad R_{b2} \quad R_s \}$$

Les inductances relatives aux enroulements défectueux a_1 , a_2 , b_1 et b_2 doivent être calculées par les expressions présentées dans la section 5.1. L'équation différentielle décrivant la machine en ce cas peut être écrite de la façon suivante :

$$\begin{bmatrix} [L_{ss2}(\theta)] & [\dot{L}_{sr2}(\theta)] \\ \left(\frac{2}{3} [\dot{L}_{sr2}(\theta)] \right)^T & [\dot{L}_{rr}] \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{a2b2c} \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[R_{s2}] - \frac{d}{dt} [L_{ss2}(\theta)] & -\frac{d}{dt} [\dot{L}_{sr2}(\theta)] \\ -\frac{d}{dt} \left(\frac{2}{3} [\dot{L}_{sr2}(\theta)] \right)^T & -[R_r'] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{a2b2c} \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{v}_{a2b2cn} \\ \tilde{v}_r' \end{bmatrix} \quad (5.46)$$

En se référant à la figure 50, on peut obtenir les relations suivantes :

$$-e_a + R_e i_{a1} + L_e \frac{di_{a1}}{dt} + v_{a1} = 0$$

$$v_{a2} + v_g = 0$$

$$-e_b + R_e i_{b1} + L_e \frac{di_{b1}}{dt} + v_{b1} = 0$$

$$v_{b2} + v_g = 0$$

$$-e_c + R_e i_c + L_e \frac{di_c}{dt} + v_{cn} + v_g = 0$$

$$v_g = R_g (i_{a2} + i_{b2} + i_c) + L_g \frac{d}{dt} (i_{a2} + i_{b2} + i_c)$$

Les équations ci-dessus peuvent s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\tilde{v}_{a2b2cn} = \tilde{e}_{a0b0c} - [R_{T3}] \tilde{i}_{a2b2c} - [L_{T3}] \frac{d\tilde{i}_{a2b2c}}{dt} \quad (5.47)$$

où

$$\tilde{e}_{a0b0c} = \begin{bmatrix} e_a \\ 0 \\ e_b \\ 0 \\ e_c \end{bmatrix}$$

$$[R_{T3}] = \begin{bmatrix} R_e & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_g & 0 & R_g & R_g \\ 0 & 0 & R_e & 0 & 0 \\ 0 & R_g & 0 & R_g & R_g \\ 0 & R_g & 0 & R_g & R_e + R_g \end{bmatrix} \quad [L_{T3}] = \begin{bmatrix} L_e & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_g & 0 & L_g & L_g \\ 0 & 0 & L_e & 0 & 0 \\ 0 & L_g & 0 & L_g & L_g \\ 0 & L_g & 0 & L_g & L_e + L_g \end{bmatrix}$$

En combinant les équations d'entrée du stator (5.47) avec l'équation (5.46), le résultat, tout arrangement fait, est :

$$\begin{bmatrix} [L_{ss2}(\theta)] & [\dot{L}_{sr2}(\theta)] \\ \frac{2}{3}[\dot{L}_{sr2}(\theta)]^T & [L'_{rr}] \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{a2b2c} \\ \tilde{i}'_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[R_{s2}] - [R_{T2}] - \frac{d}{dt}[L_{ss2}(\theta)] & -\frac{d}{dt}[\dot{L}_{sr2}(\theta)] \\ -\frac{2}{3}\frac{d}{dt}[\dot{L}_{sr2}(\theta)]^T & -[R'_r] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{a2b2c} \\ \tilde{i}'_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{e}_{a0b0c} \\ \tilde{v}'_r \end{bmatrix} \quad (5.48)$$

L'équation (5.48) peut s'exprimer par une représentation d'état :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{a2b2c} \\ \tilde{i}'_r \end{bmatrix} = \left([L_{eq2}]^{-1} [R_{eq2}] \right) \begin{bmatrix} \tilde{i}_{a2b2c} \\ \tilde{i}'_r \end{bmatrix} + [L_{eq2}]^{-1} \begin{bmatrix} \tilde{e}_{a0b0c} \\ \tilde{v}'_r \end{bmatrix} \quad (5.49)$$

où

$$[L_{eq2}] = \begin{bmatrix} [L_{ss2}(\theta)] + [L_{T2}] & [\dot{L}_{sr2}(\theta)] \\ \frac{2}{3}[\dot{L}_{sr2}(\theta)]^T & [L'_{rr}] \end{bmatrix}$$

$$[R_{eq2}] = \begin{bmatrix} -[R_{s2}] - [R_{T2}] - \frac{d}{dt}[L_{ss2}(\theta)] & -\frac{d}{dt}[\dot{L}_{sr2}(\theta)] \\ -\frac{2}{3}\frac{d}{dt}[\dot{L}_{sr2}(\theta)]^T & -[R'_r] \end{bmatrix}$$

5.3.4 Court-circuit entre deux phases

La figure 51 montre le schéma d'un défaut entre deux phases a et b . Les phases a , b sont divisées en deux parties par le défaut, soit a_1 , a_2 et b_1 , b_2 respectivement. Les équations aux bornes des enroulements du stator gardent les mêmes expressions que l'équation (5.44).

Mais les tensions et les courants des enroulements statoriques ne sont pas indépendants. Les relations entre eux sont données par :

$$v_{a2} = v_{b2} \quad (5.50)$$

$$i_{a1} - i_{a2} = i_{b2} - i_{b1} \quad (5.51)$$

$$v_{a1} + v_{a2} = v_a \quad v_{b1} + v_{b2} = v_b \quad (5.52)$$

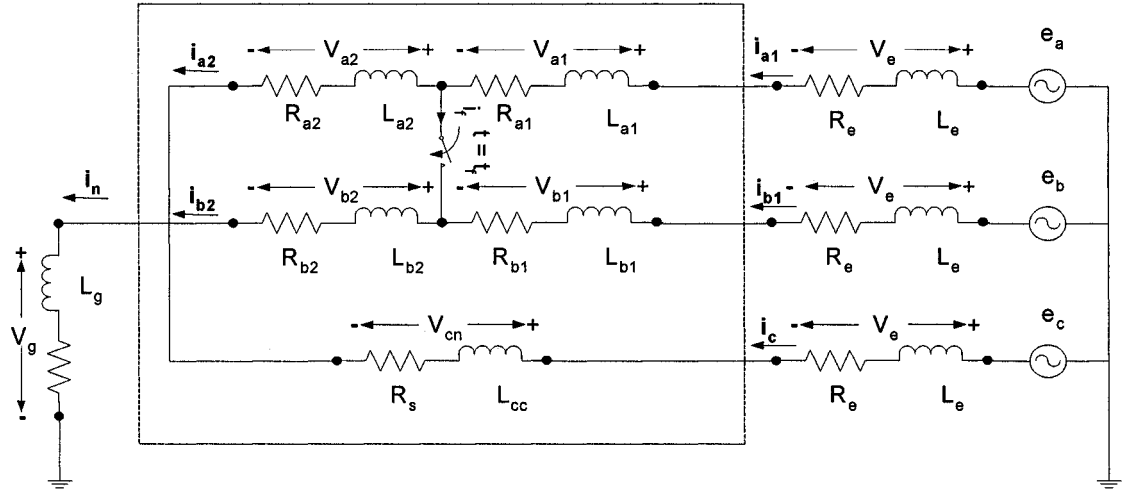


Figure 51 Connexion de la machine lors d'un défaut entre deux phases

On peut choisir trois courants aux quatre comme les variables d'état du stator. Par exemple, on peut choisir i_{a1} , i_{b1} . $i_f = i_{a1} - i_{a2}$ comme les variables indépendantes. En éliminant les variables i_{a2} , i_{b2} , les équations décrivant les enroulements de la machine peuvent s'exprimer, tout calcul fait :

$$\begin{bmatrix} \tilde{v}_{ab0cn} \\ \tilde{v}_r' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [R_{s3}] & 0 \\ 0 & [R_r'] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{abfc} \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{\lambda}_{abfc} \\ \tilde{\lambda}_r' \end{bmatrix} \quad (5.53)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{\lambda}_{abfc} \\ \tilde{\lambda}_r' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_{ss3}(\theta)] & [L_{sr3}'(\theta)] \\ \frac{2}{3} [L_{sr3}'(\theta)]^T & [L_{rr}'] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{abfc} \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} \quad (5.54)$$

où

$$\tilde{i}_{ab4c} = \begin{bmatrix} i_{a1} \\ i_{b1} \\ i_f \\ i_c \end{bmatrix} \quad \tilde{v}_{ab0cn} = \begin{bmatrix} v_{an} \\ v_{bn} \\ 0 \\ v_{cn} \end{bmatrix} \quad \tilde{\lambda}_{abfc} = \begin{bmatrix} \lambda_{a1} \\ \lambda_{b1} \\ \lambda_f \\ \lambda_{cn} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
[L_{ss3}] &= \begin{bmatrix} L_{t1a1} + 2L_{t1a2} + L_{t2a2} & L_{t1a2} + L_{t2a2} + L_{t1b1} + L_{t2b1} & L_{t1b2} + L_{t2b2} - L_{t1a2} - L_{t2a2} & L_{t1c} + L_{t2c} \\ L_{b1a1} + L_{b2a1} + L_{b1a2} + L_{b2a2} & L_{b1b1} + L_{b2b1} + L_{b1a2} + L_{b2a2} & L_{b2b1} + L_{b2b2} - L_{b1a2} - L_{b2a2} & L_{b1c} + L_{b2c} \\ L_{t1b2} + L_{t2b2} - L_{t1a2} - L_{t2a2} & L_{b2b1} + L_{b2b2} - L_{b1a2} - L_{b2a2} & L_{t2a2} + L_{b2b2} - 2L_{b2a2} & L_{b2c} - L_{t2c} \\ L_{ta1} + L_{ta2} & L_{tb1} + L_{tb2} & L_{tb2} - L_{ta2} & L_{tc} \end{bmatrix} \\
[L'_{sr3}] &= \begin{bmatrix} L'_{a1fd} + L'_{a2fd} & L'_{a1kd} + L'_{a2kd} & L'_{a1kq} + L'_{a2kf} \\ L'_{b1fd} + L'_{b2fd} & L'_{b1kd} + L'_{b2kd} & L'_{b1kq} + L'_{b2kf} \\ L'_{b2fd} - L'_{a2fd} & L'_{b2kd} - L'_{a2kd} & L'_{b2kq} - L'_{a2kf} \\ L'_{cfd} & L'_{ckd} & L'_{ckq} \end{bmatrix} \\
[R_{s3}] &= \begin{bmatrix} R_{a1} + R_{a2} & 0 & -R_{a2} & 0 \\ 0 & R_{b1} + R_{b2} & R_{b2} & 0 \\ -R_{a2} & R_{b2} & R_{b2} - R_{a2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_s \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

L'équation décrivant la machine en ce cas peut être réécrite comme :

$$\begin{bmatrix} [L_{ss3}(\theta)] & [L'_{sr3}(\theta)] \\ \left(\frac{2}{3}[L'_{sr3}(\theta)]\right)^T & [L'_{rr}] \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{abfc} \\ \tilde{i}'_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[R_{s3}] - \frac{d}{dt}[L_{ss3}(\theta)] & -\frac{d}{dt}[L'_{sr3}(\theta)] \\ -\frac{d}{dt}\left(\frac{2}{3}[L'_{sr3}(\theta)]\right)^T & -[R'_r] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{abfc} \\ \tilde{i}'_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{v}_{ab0cn} \\ \tilde{v}'_r \end{bmatrix} \quad (5.55)$$

En se référant à la figure 51, on peut trouver les relations suivantes :

$$-e_a + R_e i_{a1} + L_e \frac{di_{a1}}{dt} + v_{an} + v_g = 0$$

$$-e_b + R_e i_{b1} + L_e \frac{di_{b1}}{dt} + v_{bn} + v_g = 0$$

$$-e_c + R_e i_c + L_e \frac{di_c}{dt} + v_{cn} + v_g = 0$$

$$v_g = R_g (i_{a2} + i_{b2} + i_c) + L_g \frac{d}{dt} (i_{a2} + i_{b2} + i_c)$$

$$= R_g (i_{a1} + i_{b1} + i_c) + L_g \frac{d}{dt} (i_{a1} + i_{b1} + i_c)$$

Les équations ci-dessus peuvent s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\tilde{v}_{ab0cn} = \tilde{e}_{ab0c} - [R_{T3}] \tilde{i}_{abfc} - [L_{T3}] \frac{d\tilde{i}_{abfc}}{dt} \quad (5.56)$$

où

$$\tilde{e}_{ab0c} = \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ 0 \\ e_c \end{bmatrix}$$

et

$$[R_{T3}] = \begin{bmatrix} R_e + R_g & R_g & 0 & R_g \\ R_g & R_e + R_g & 0 & R_g \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ R_g & R_g & 0 & R_g + R_e \end{bmatrix} \quad [L_{T3}] = \begin{bmatrix} L_e + L_g & L_g & 0 & L_g \\ L_g & L_e + L_g & 0 & L_g \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_g & L_g & 0 & L_g + L_e \end{bmatrix}$$

En combinant les équations d'entrée du stator (5.56) avec l'équation (5.54), le résultat, tout arrangement fait, est :

$$\begin{bmatrix} [L_{ss3}(\theta)] & [\dot{L}_{sr3}(\theta)] \\ \frac{2}{3}[\dot{L}_{sr3}(\theta)]^T & [\dot{L}_{rr}] \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{abfc} \\ \tilde{i}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[R_{s3}] - [R_{T3}] - \frac{d}{dt}[L_{ss3}(\theta)] & -\frac{d}{dt}[\dot{L}_{sr3}(\theta)] \\ -\frac{2}{3}\frac{d}{dt}[\dot{L}_{sr3}(\theta)]^T & -[R_r] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{abfc} \\ \tilde{i}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{e}_{ab0c} \\ \tilde{v}_r \end{bmatrix} \quad (5.57)$$

L'équation (5.57) peut s'exprimer par une représentation d'état :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{abfc} \\ \tilde{i}_r \end{bmatrix} = \left([L_{eq3}]^{-1} [R_{eq3}] \right) \begin{bmatrix} \tilde{i}_{ab4c} \\ \tilde{i}_r \end{bmatrix} + [L_{eq3}]^{-1} \begin{bmatrix} \tilde{e}_{ab0c} \\ \tilde{v}_r \end{bmatrix} \quad (5.58)$$

où

$$[L_{eq3}] = \begin{bmatrix} [L_{ss3}(\theta)] + [L_{T3}] & [\dot{L}_{sr3}(\theta)] \\ \frac{2}{3}[\dot{L}_{sr3}(\theta)]^T & [\dot{L}_{rr}] \end{bmatrix}$$

$$[R_{eq3}] = \begin{bmatrix} -[R_{s3}] - [R_{T3}] - \frac{d}{dt}[L_{ss3}(\theta)] & -\frac{d}{dt}[\dot{L}_{sr3}(\theta)] \\ -\frac{2}{3}\frac{d}{dt}[\dot{L}_{sr3}(\theta)]^T & -[R_r] \end{bmatrix}$$

5.3.5 Défaut de trois phases mises à la terre

La figure 52 montre le schéma d'un défaut de trois phases mises à la terre. En ce cas, toutes les phases sont divisées en deux parties. La dimension des variables statoriques m devient 6.

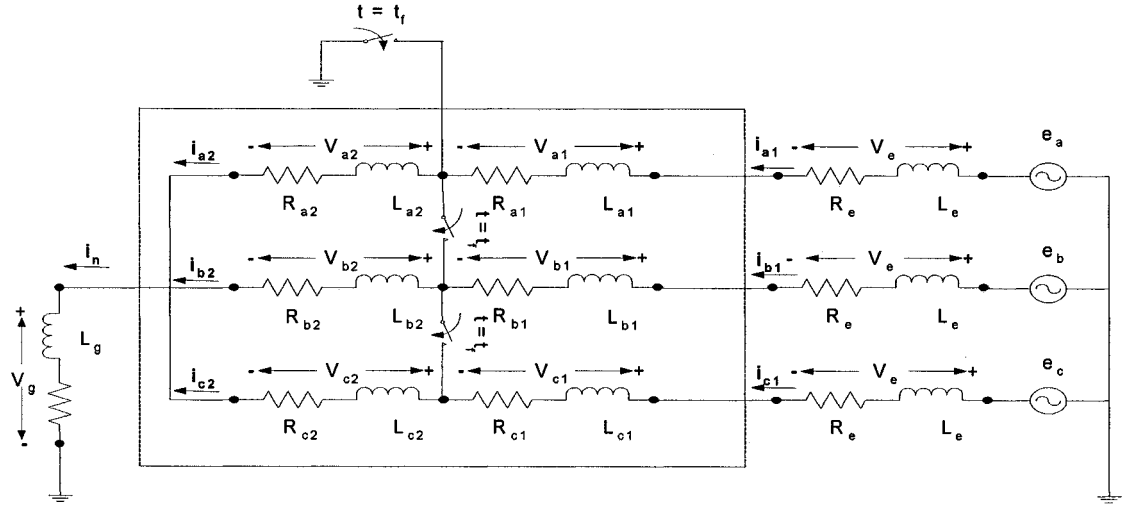


Figure 52 Connexion de la machine lors des trois phases mises à la terre

Les équations de tension aux bornes des enroulements de la machine s'expriment par :

$$\begin{bmatrix} \tilde{v}_{a2b2c2n} \\ \tilde{v}_r' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [R_{s4}] & 0 \\ 0 & [R_r'] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{a2b2c2} \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{\lambda}_{a2b2c2} \\ \tilde{\lambda}_r' \end{bmatrix} \quad (5.59)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{\lambda}_{a2b2c2} \\ \tilde{\lambda}_r' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_{ss4}(\theta)] & [L_{sr5}'(\theta)] \\ \frac{2}{3}[L_{sr4}'(\theta)]^T & [L_{rr}'] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{a2b2c2} \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} \quad (5.60)$$

où

$$\tilde{i}_{a2b2c2} = \begin{bmatrix} i_{a1} \\ i_{a2} \\ i_{b1} \\ i_{b2} \\ i_{c1} \\ i_{c2} \end{bmatrix} \quad \tilde{v}_{a2b2c2n} = \begin{bmatrix} v_{a1} \\ v_{a2} \\ v_{b1} \\ v_{b2} \\ v_{c1} \\ v_{c2} \end{bmatrix}$$

$$[L_{ss4}] = \begin{bmatrix} L_{a1a1} & L_{a1a2} & L_{a1b1} & L_{a1b2} & L_{a1c1} & L_{a1c2} \\ L_{a2a1} & L_{a2a2} & L_{a2b1} & L_{a2b2} & L_{a2c1} & L_{a2c2} \\ L_{b1a1} & L_{b1a2} & L_{b1b1} & L_{b1b2} & L_{b1c1} & L_{b1c2} \\ L_{b2a1} & L_{b2a2} & L_{b2b1} & L_{b2b2} & L_{b2c1} & L_{b2c2} \\ L_{c1a1} & L_{c1a2} & L_{c1b1} & L_{c1b2} & L_{c1c1} & L_{c1c2} \\ L_{c2a1} & L_{c2a2} & L_{c2b1} & L_{c2b2} & L_{c2c1} & L_{c2c2} \end{bmatrix} \quad [L'_{sr4}] = \begin{bmatrix} L'_{a1fd} & L'_{a1kd} & L'_{a1kq} \\ L'_{a2fd} & L'_{a2kd} & L'_{a2kq} \\ L'_{b1fd} & L'_{b1kd} & L'_{b1kq} \\ L'_{b2fd} & L'_{b2kd} & L'_{b2kq} \\ L'_{c1fd} & L'_{c1kd} & L'_{c1kq} \\ L'_{c2fd} & L'_{c2kd} & L'_{c2kq} \end{bmatrix}$$

$$[R_{s4}] = \text{diag} \{ R_{a1} \quad R_{a2} \quad R_{b1} \quad R_{b2} \quad R_{c1} \quad R_{c2} \}$$

L'équation décrivant la machine peut être réécrite comme :

$$\begin{bmatrix} [L_{ss4}(\theta)] & [L'_{sr4}(\theta)] \\ \left(\frac{2}{3} [L'_{sr4}(\theta)] \right)^T & [L'_{rr}] \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{a2b2c2} \\ \tilde{i}'_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[R_{s4}] - \frac{d}{dt} [L_{ss4}(\theta)] & -\frac{d}{dt} [L'_{sr4}(\theta)] \\ -\frac{d}{dt} \left(\frac{2}{3} [L'_{sr4}(\theta)] \right)^T & -[R'_r] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{a2b2c2} \\ \tilde{i}'_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{v}_{a2b2c2n} \\ \tilde{v}'_r \end{bmatrix} \quad (5.61)$$

En se référant à la figure 52, on peut trouver les relations suivantes :

$$-e_a + R_e i_{a1} + L_e \frac{di_{a1}}{dt} + v_{a1} = 0$$

$$v_{a2} + v_g = 0$$

$$-e_b + R_e i_{b1} + L_e \frac{di_{b1}}{dt} + v_{b1} = 0$$

$$v_{b2} + v_g = 0$$

$$-e_c + R_e i_{c1} + L_e \frac{di_{c1}}{dt} + v_{c1} = 0$$

$$v_{c2} + v_g = 0$$

$$v_g = R_g(i_{a2} + i_{b2} + i_{c2}) + L_g \frac{d}{dt}(i_{a2} + i_{b2} + i_{c2})$$

Les équations ci-dessus peuvent s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\tilde{v}_{a2b2c2n} = \tilde{e}_{a0b0c0} - [R_{T4}] \tilde{i}_{a2b2c2} - [L_{T4}] \frac{d\tilde{i}_{a2b2c2}}{dt} \quad (5.62)$$

où

$$\tilde{e}_{a0b0c0} = \begin{bmatrix} e_a \\ 0 \\ e_b \\ 0 \\ e_c \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$[R_{T4}] = \begin{bmatrix} R_e & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_g & 0 & R_g & 0 & R_g \\ 0 & 0 & R_e & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_g & 0 & R_g & 0 & R_g \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_e & 0 \\ 0 & R_g & 0 & R_g & 0 & R_g \end{bmatrix} \quad [L_{T4}] = \begin{bmatrix} L_e & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_g & 0 & L_g & 0 & L_g \\ 0 & 0 & L_e & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_g & 0 & L_g & 0 & L_g \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_e & 0 \\ 0 & L_g & 0 & L_g & 0 & L_g \end{bmatrix}$$

En combinant les équations d'entrée du stator (5.62) avec l'équation (5.61), le résultat, tout arrangement fait, est :

$$\begin{bmatrix} [L_{ss4}(\theta)] & [\dot{L}_{sr4}(\theta)] \\ \frac{2}{3}[\dot{L}_{sr4}(\theta)]^T & [\dot{L}_{rr}] \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{a2b2c2} \\ \tilde{i}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[R_{s4}] - [R_{T4}] - \frac{d}{dt}[L_{ss4}(\theta)] & -\frac{d}{dt}[\dot{L}_{sr4}(\theta)] \\ -\frac{2}{3} \frac{d}{dt}[\dot{L}_{sr4}(\theta)]^T & -[R_r] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{a2b2c2} \\ \tilde{i}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{e}_{a0b0c0} \\ \tilde{v}_r \end{bmatrix} \quad (5.63)$$

L'équation (5.63) peut s'exprimer par une représentation d'état :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{a2b2c2} \\ \tilde{i}_r \end{bmatrix} = \left([L_{eq4}]^{-1} [R_{eq4}] \right) \begin{bmatrix} \tilde{i}_{a2b2c2} \\ \tilde{i}_r \end{bmatrix} + [L_{eq4}]^{-1} \begin{bmatrix} \tilde{e}_{a0b0c0} \\ \tilde{v}_r \end{bmatrix} \quad (5.64)$$

où

$$\begin{aligned} [L_{eq4}] &= \begin{bmatrix} [L_{ss4}(\theta)] + [L_{T4}] & [\dot{L}_{sr4}(\theta)] \\ \frac{2}{3} [\dot{L}_{sr4}(\theta)]^T & [L'_{rr}] \end{bmatrix} \\ [R_{eq4}] &= \begin{bmatrix} -[R_{s4}] - [R_{T4}] - \frac{d}{dt} [L_{ss4}(\theta)] & -\frac{d}{dt} [\dot{L}_{sr4}(\theta)] \\ -\frac{d}{dt} \frac{2}{3} [\dot{L}_{sr4}(\theta)]^T & -[R'_r] \end{bmatrix} \end{aligned}$$

5.3.6 Défaut entre deux bobines d'une phase

Contrairement au modèle simplifié, l'approche de la fonction de bobinage peut modéliser le défaut entre deux bobines d'une même phase, puisque cette approche n'a pas de limitation quant à la distribution de l'enroulement. La figure 53 montre le schéma d'un défaut entre deux spires de la phase a , où une partie de l'enroulement a est court-circuitée. Un courant indépendant i_{ad} va circuler dans cette partie court-circuitée car elle est couplée magnétiquement avec d'autres enroulements de la machine. La distribution de la phase a est changée suite à la perte de la partie court-circuitée de l'enroulement. Le bobinage statorique peut être considéré comme un ensemble de 4 enroulements couplés.

Les équations de tension aux bornes des enroulements de la machine s'expriment par :

$$\begin{bmatrix} \tilde{v}_{adbcn} \\ \tilde{v}'_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [R_{s5}] & 0 \\ 0 & [R'_r] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{adbc} \\ \tilde{i}'_r \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{\lambda}_{adbc} \\ \tilde{\lambda}'_r \end{bmatrix} \quad (5.65)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{\lambda}_{adbc} \\ \tilde{\lambda}'_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_{ss5}(\theta)] & [\dot{L}_{sr5}(\theta)] \\ \frac{2}{3} [\dot{L}_{sr5}(\theta)]^T & [L'_{rr}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{adbc} \\ \tilde{i}'_r \end{bmatrix} \quad (5.66)$$

où

$$\tilde{i}_{adbc} = \begin{bmatrix} i_a \\ i_{ad} \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad \tilde{v}_{12bcn} = \begin{bmatrix} v_{an} \\ v_{ad} \\ v_{bn} \\ v_{cn} \end{bmatrix} \quad \tilde{v}_{12bcn} = \begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_{ad} \\ \lambda_b \\ \lambda_c \end{bmatrix}$$

$$[L_{ss1}] = \begin{bmatrix} L_{a'a'} & L_{a'd} & L_{a'b} & L_{a'c} \\ L_{da'} & L_{dd} & L_{db} & L_{dc} \\ L_{ba'} & L_{bd} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{ca'} & L_{cd} & L_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix} \quad [L'_{sr1}] = \begin{bmatrix} L'_{a'fd} & L'_{a'kd} & L'_{a'kq} \\ L'_{dfd} & L'_{dkd} & L'_{dkq} \\ L'_{bfd} & L'_{bkd} & L'_{bkq} \\ L'_{cfd} & L'_{ckd} & L'_{ckq} \end{bmatrix}$$

$$[R_s] = \text{diag} \{ R_s - R_{ad} \quad R_{ad} \quad R_s \quad R_s \}$$

L'équation décrivant la machine peut être réécrite comme :

$$\begin{bmatrix} [L_{ss5}(\theta)] & [L'_{sr5}(\theta)] \\ \frac{2}{3} [L'_{sr5}(\theta)]^T & [L'_{rr}] \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{adbc} \\ \tilde{i}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[R_{ss}] - \frac{d}{dt} [L_{ss5}(\theta)] & -\frac{d}{dt} [L'_{sr5}(\theta)] \\ -\frac{2}{3} \frac{d}{dt} [L'_{sr5}(\theta)]^T & -[R'_r] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{adbc} \\ \tilde{i}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{v}_{adbcn} \\ \tilde{i}_r \end{bmatrix} \quad (5.67)$$

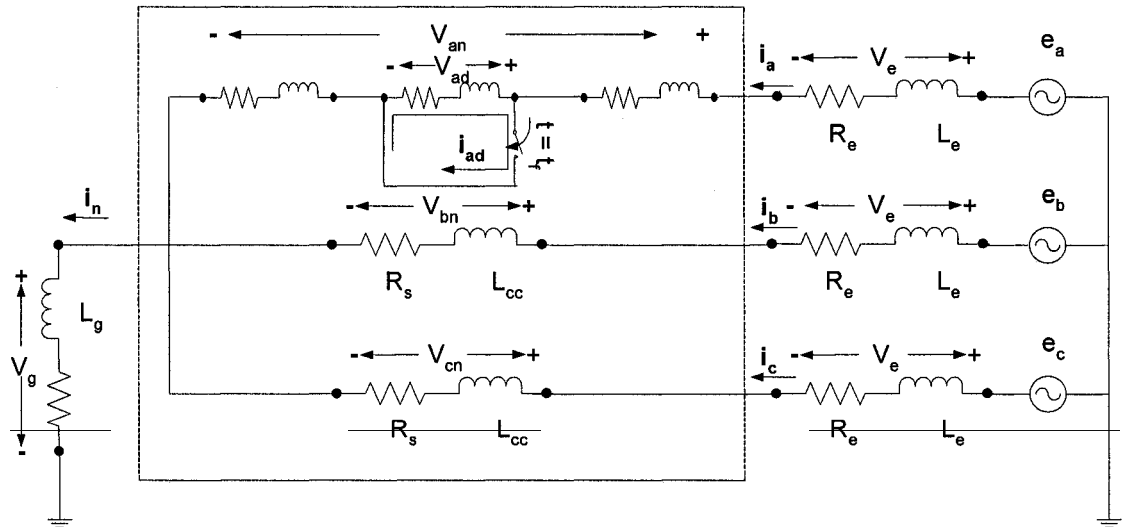


Figure 53 Connexion de la machine lors d'un défaut entre deux bobines d'une phase

En se référant à la figure 53, les tensions d'entrée appliquées au stator s'expriment sous forme matricielle comme :

$$\tilde{v}_{adbcn} = \tilde{e}_{a0bc} - [R_{T5}] \tilde{i}_{adbc} - [L_{T5}] \frac{d\tilde{i}_{adbc}}{dt} \quad (5.68)$$

$$\tilde{e}_{a0bc} = \begin{bmatrix} e_a \\ 0 \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix}$$

et

$$[R_{T5}] = \begin{bmatrix} R_e + R_g & 0 & R_g & R_g \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ R_g & 0 & R_e + R_g & R_g \\ R_g & 0 & R_g & R_g + R_e \end{bmatrix} \quad [L_{T5}] = \begin{bmatrix} L_e + L_g & 0 & L_g & L_g \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_g & 0 & L_e + L_g & L_g \\ L_g & 0 & L_g & L_g + L_e \end{bmatrix}$$

En combinant les équations d'entrée du stator (5.68) avec l'équation (5.67), le résultat, tout arrangement fait, est :

$$\begin{bmatrix} [L_{ss5}(\theta)] + [L_{T5}] & [\dot{L}_{sr5}(\theta)] \\ \frac{2}{3} [\dot{L}_{sr5}(\theta)]^T & [\dot{L}_r] \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{adbc} \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[R_{ss5}] - [R_{T5}] - \frac{d}{dt} [L_{ss5}(\theta)] & -\frac{d}{dt} [\dot{L}_{sr5}(\theta)] \\ -\frac{2}{3} \frac{d}{dt} [\dot{L}_{sr5}(\theta)]^T & -[\dot{R}_r] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{adbc} \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{e}_{a0bc} \\ \tilde{v}_r' \end{bmatrix} \quad (5.69)$$

L'équation (5.69) peut s'exprimer par une représentation d'état :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{adbc} \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} = \left([L_{eq5}]^{-1} [R_{eq5}] \right) \begin{bmatrix} \tilde{i}_{adbc} \\ \tilde{i}_r' \end{bmatrix} + [L_{eq5}]^{-1} \begin{bmatrix} \tilde{e}_{a0bc} \\ \tilde{v}_r' \end{bmatrix} \quad (5.70)$$

où

$$[L_{eq5}] = \begin{bmatrix} [L_{ss5}(\theta)] + [L_{T5}] & [\dot{L}_{sr5}(\theta)] \\ \frac{2}{3} [\dot{L}_{sr5}(\theta)]^T & [\dot{L}_r(\theta)] \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} R_{eq5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[R_{s5}] - [R_{T5}] - \frac{d}{dt}[L_{ss5}(\theta)] & -\frac{d}{dt}[L'_{sr5}(\theta)] \\ -\frac{2}{3} \frac{d}{dt}[L'_{sr5}(\theta)]^T & -[R'_r] \end{bmatrix}$$

5.4 Conclusion

À partir des hypothèses simplificatrices du modèle classique de la machine synchrone, ce chapitre propose une autre approche de détermination des inductances des enroulements statoriques arbitraires. Elle permet de tenir compte des harmoniques d'espace des enroulements à l'aide des paramètres électriques et du schéma de bobinage de la machine synchrone. Par ailleurs, la modélisation des enroulements amortisseurs est complétée grâce à l'utilisation des paramètres électriques. La représentation d'état décrivant tous les types de défauts internes dans la machine synchrone est présentée.

Bien que l'on ne considère que le cas d'une machine avec un enroulement par phase dans ce chapitre, les défauts internes dans les machines avec plusieurs parties parallèles par phase peuvent être modélisés grâce à cette approche d'une manière similaire. Les résultats de simulation pour un défaut interne d'une phase mise à la terre dans une machine à plusieurs parties parallèles par phase sont illustrés à l'annexe 3.

CHAPITRE 6

VALIDATION EXPÉRIMENTALE

Dans cette thèse, trois méthodes de calcul des inductances de l'enroulement défectueux ont été présentées : la technique de partitionnement d'enroulement, l'approche de la fonction de bobinage (AFB) en paramètres géométriques, l'AFB en paramètres électriques. Les équations différentielles nécessaires pour déterminer la dynamique de la machine ont été énoncées. Nous pouvons dès lors passer à la validation expérimentale.

6.1 Banc d'essai

L'essai d'expérimentation est fait sur une génératrice synchrone afin de comparer les courants réels de défauts internes avec les courants calculés par les trois modèles. La figure 54 montre le système implanté en laboratoire, qui est constitué d'une machine synchrone à pôles saillants alimentant à une charge résistive triphasée. Cette génératrice de 13 kVA, 208 V, 60 Hz sans amortisseur est entraînée par une machine à induction à vitesse constante. Dans cette machine synchrone, on alimente le champ en le reliant à un alternateur d'excitation dont la tension est redressée par l'intermédiaire de diodes tournantes. Donc, on ne peut pas mesurer le courant d'excitation directement.

Pour effectuer des défauts internes, le milieu de chaque phase est connecté à la terre par un disjoncteur à trois canaux. Afin de limiter les courants de défaut, le point neutre de la machine est raccordé à la terre par une résistance de neutre R_g . Les tensions et les courants de la génératrice sont mesurés par des transformateurs de courant et sauvegardés dans un ordinateur par l'intermédiaire d'un système d'acquisition.

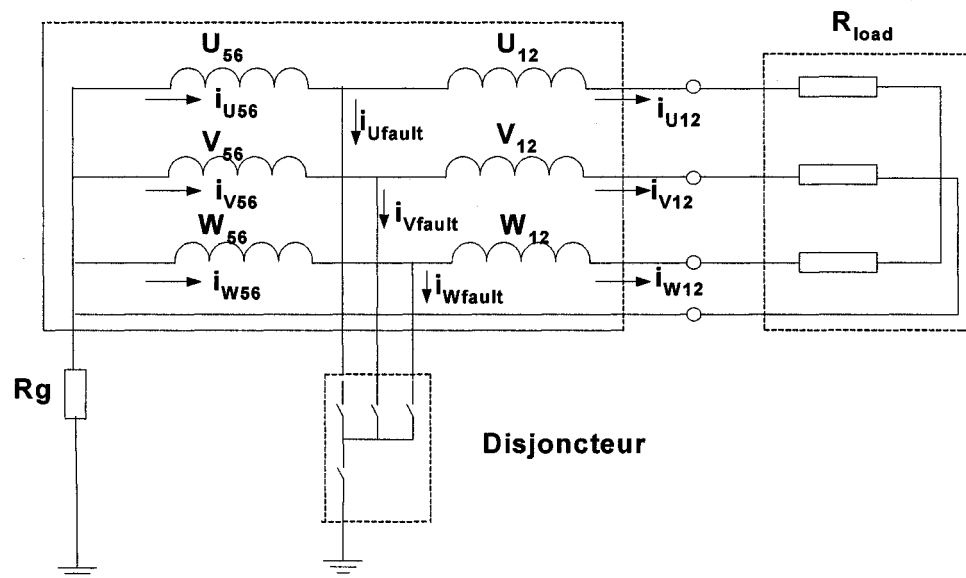


Figure 54 Diagramme d'un système de puissance implanté dans le laboratoire

Le schéma de bobinage est montré à la figure 29. Les paramètres géométriques du générateur à 4 pôles sont :

Longueur totale de fer (l) = 80 mm

Rayon moyen d'entrefer (r) = 190 mm

Epaisseur maximale d'entrefer $g_{\max} = 11.2$ mm

Epaisseur minimale d'entrefer $g_{\min} = 1.4$ mm

Pas angulaire du pôle du rotor (τ_f) = 60°

Nombre d'encoches statoriques = 36

Nombre de groupes de bobinages statoriques = 12

Nombre de bobines par groupe = 3

Spires par bobine statorique = 31

Nombre de spires d'inducteur par pôle = 76/pôle;

Les paramètres électriques du générateur en pu sont :

Résistance de stator = 0.0778 pu

Réactance synchrone d'axe d (X_d) = 2.330 pu

Réactance synchrone transitoire d'axe d (X_d') = 0.237 pu

Réactance synchrone d'axe q (X_q) = 1.158 pu

Réactance de fuite (X_l) = 0.093 pu

Constant de temps transitoire d'axe d (T_d') (court-circuit) = 0.014 s

Constant de temps subtransitoire d'axe d (T_d'') (court-circuit) = 0.0035 s

Constant de temps transitoire d'axe d (T_{do}) (ouvert circuit) = 0.25 s

Les valeurs de la résistance de neutre R_g et de la résistance de charge R_{load} peuvent être ajustées afin d'étudier le comportement de la machine sous des différentes conditions.

6.2 Validation

6.2.1 Condition Normale

En condition normale, les inductances de la machine calculées par les paramètres géométriques sont les mêmes que celles déduites des paramètres électriques fournis par le fabricant. La machine est d'abord simulée en condition normale pour vérifier les paramètres calculés. La machine est modélisée dans le référentiel des grandeurs de phase (modèle abc). La figure 55 compare les courbes de la tension et du courant statorique de phase lors d'une période transitoire de fonctionnement de vide à charge. Nous pouvons observer qu'il y a une bonne concordance entre la mesure et le calcul.

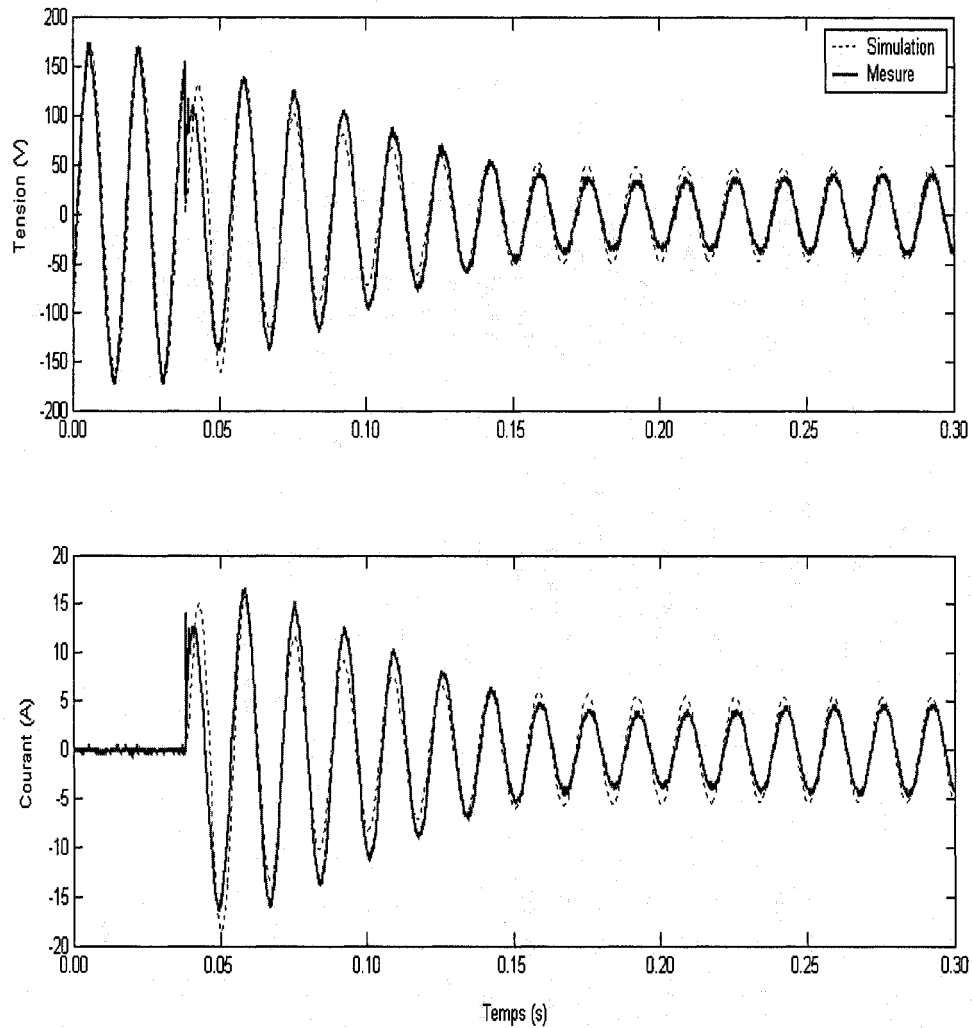


Figure 55 Tension et courant d'une phase alors de la machine mise à la charge

6.2.2 Conditions des défauts internes

Les défauts sont d'abord simulés en deux modèles respectivement : le modèle simplifié et le modèle de l'AFB en paramètres électriques. Les courants statoriques simulés et mesurés sont montrés. Les résultats sont montrés aux figures 56 ~ 59.

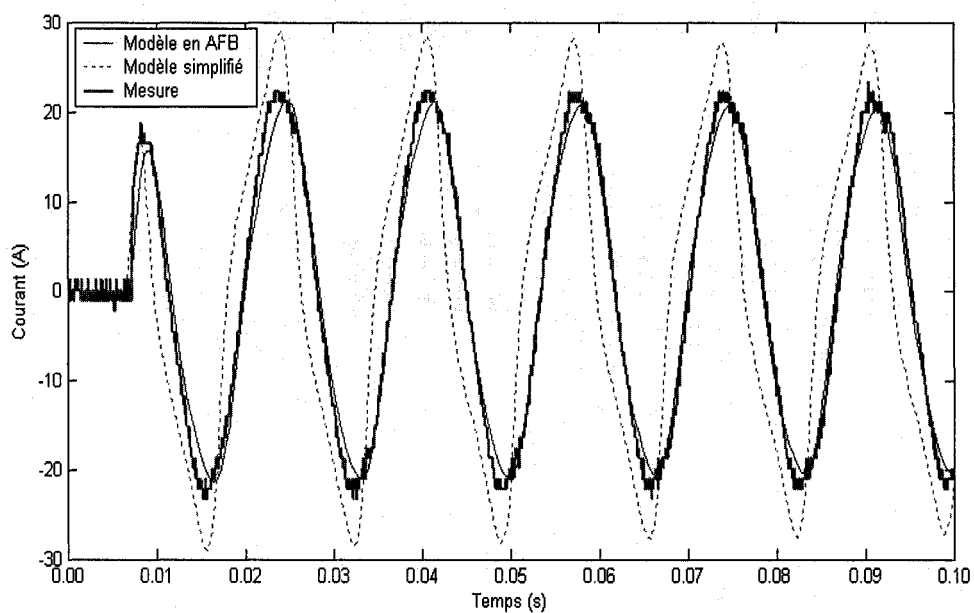


Figure 56 Courant statorique lors d'un défaut d'une phase mise à la terre sans charge

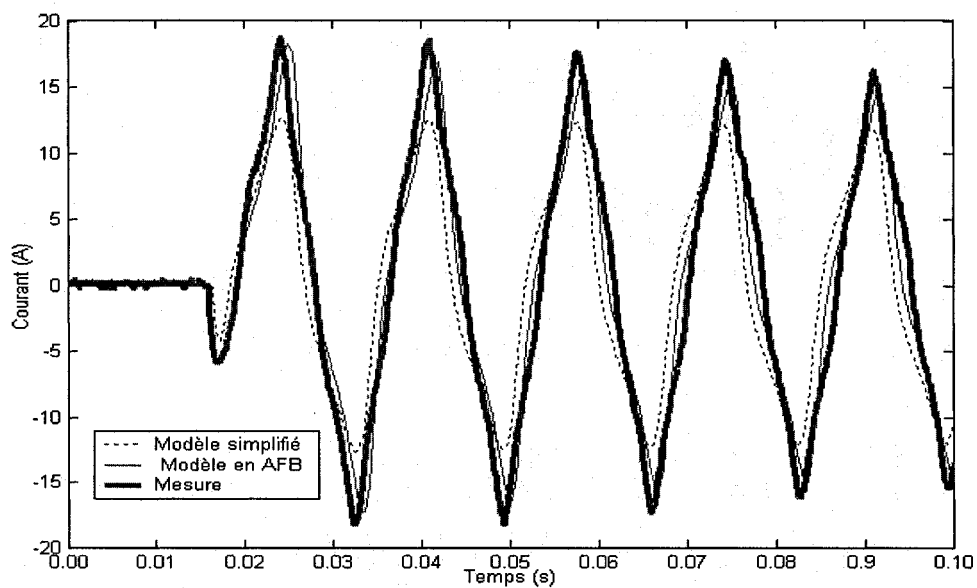


Figure 57 Courant statorique lors d'un défaut entre deux phases sans charge

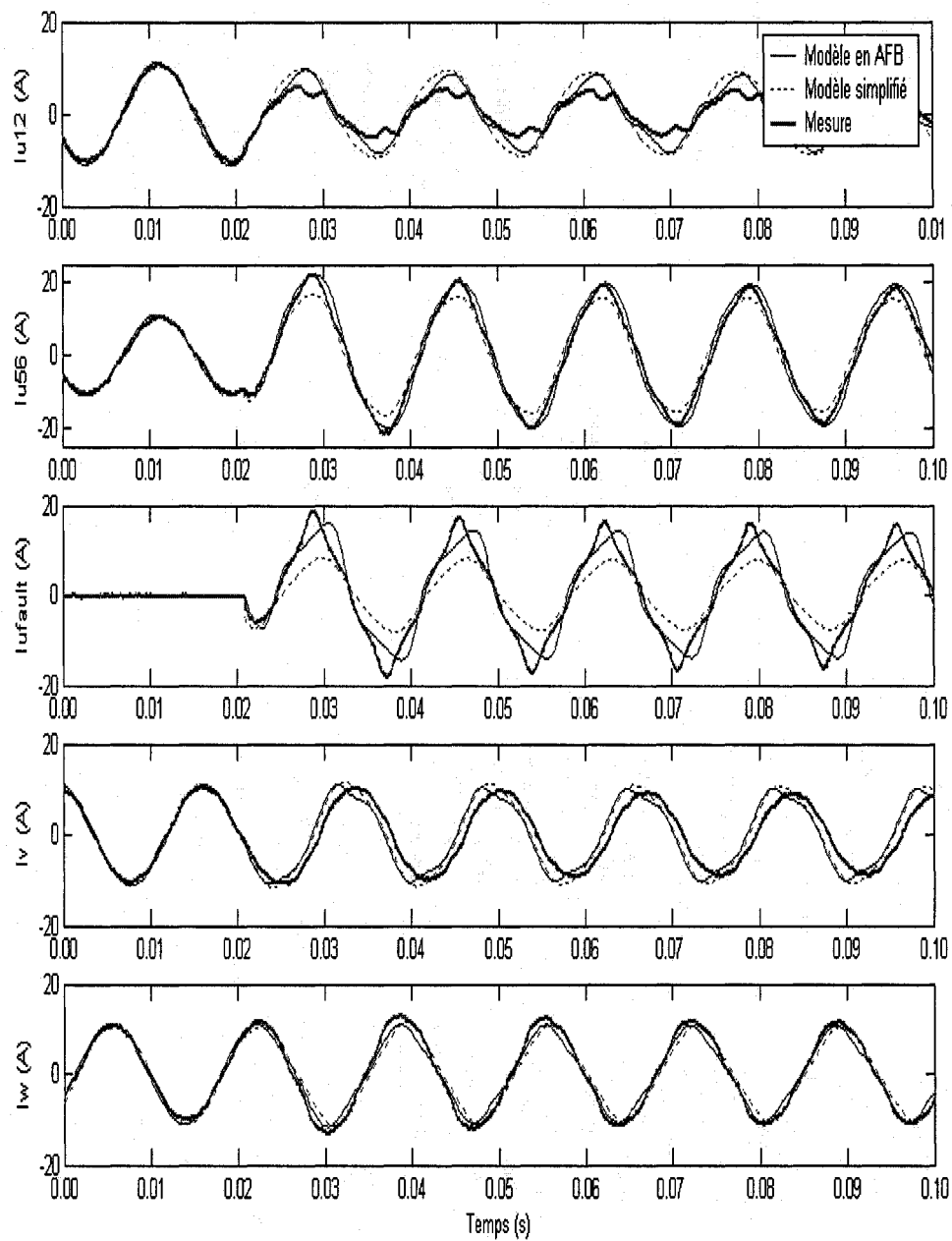


Figure 58

Courant statorique lors d'un défaut d'une phase mise à la terre
charge

avec

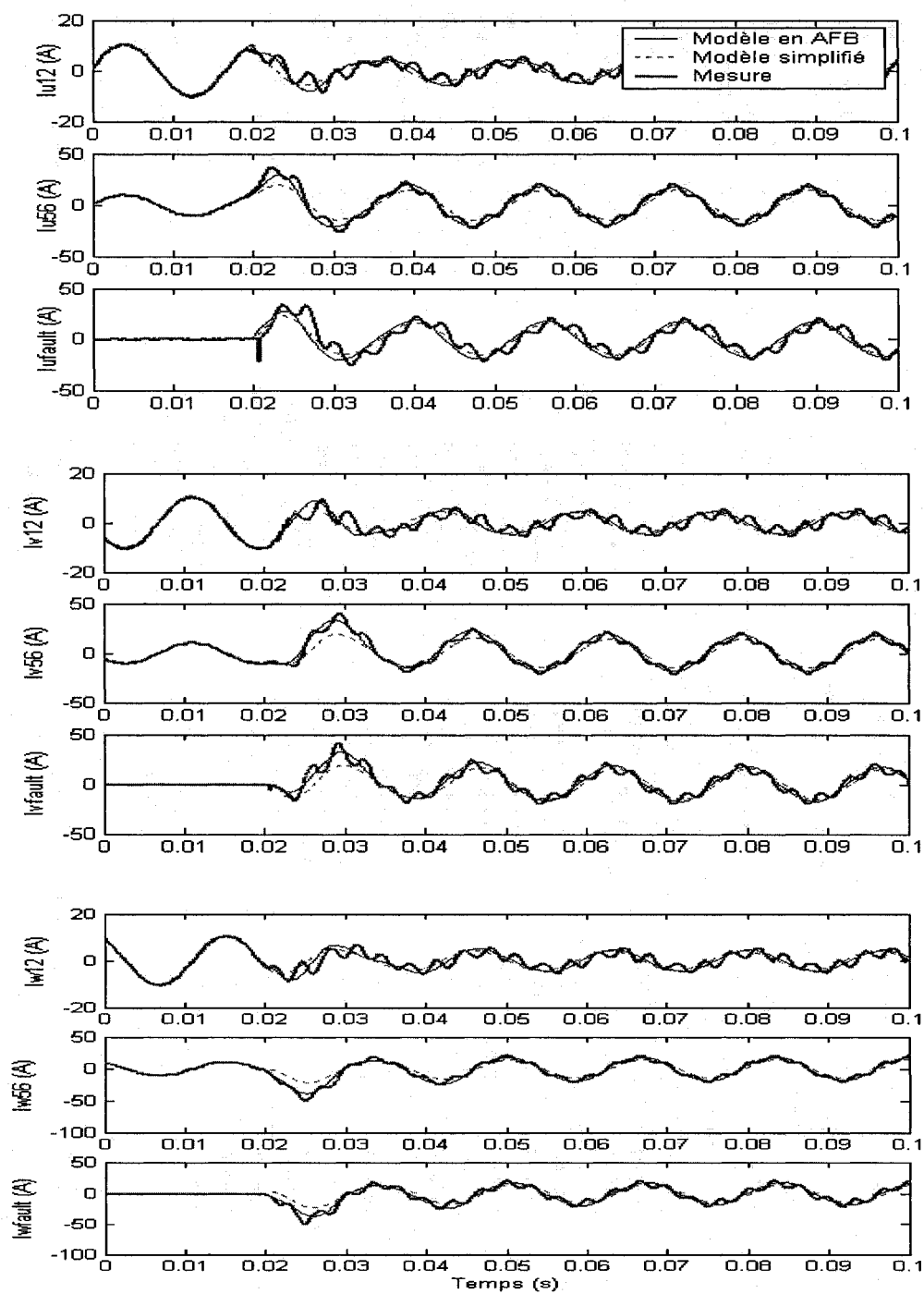


Figure 59

Courant statorique lors d'un défaut de trois phases mises à la terre avec charge

Dans tous les cas, le modèle simplifié donne des résultats approximatifs par rapport à la mesure. Le modèle de l'AFB en paramètres électriques améliore beaucoup les résultats de simulation. Nous pouvons observer qu'il y a une très bonne concordance entre la mesure et le calcul. Les amplitudes des courants statoriques entre calcul et mesure sont presque identiques dans tous les cas. La même observation peut être faite pour des valeurs différentes des résistances R_g et R_{load} .

6.2.3 Validation du modèle de l'AFB en paramètres géométriques

On constate que, dans les cas des défauts de deux et de trois phases mises à la terre, les courants statoriques mesurés contiennent des harmoniques qui n'apparaissent pas dans les résultats simulés. Cela s'explique par le fait que les harmoniques d'ordre supérieur des inductances ne sont pas prises en compte par le modèle de l'AFB en paramètres électriques. Comme dans les modèles classiques de la machine, le modèle de l'AFB en paramètres électriques néglige les harmoniques d'ordre supérieur causées par la forme du rotor. L'inverse de l'entrefer s'exprime comme :

$$g^{-1}(\varphi, \theta) = \delta_0 + \delta_2 \cos 2p(\varphi - \theta) \quad (6.1)$$

Puisque les harmoniques de l'inductance statorique (propre et mutuelle) sont proportionnelles aux harmoniques de même rang de l'inverse d'entrefer, les inductances statoriques de la machine s'expriment sous la forme suivante :

$$L_s(\theta) = L_0 + L_2 \cos 2p\theta \quad (6.2)$$

En fait, si on utilise les paramètres géométriques de la machine, l'inverse de l'entrefer contient des harmoniques supérieures et s'exprime comme :

$$g^{-1}(\varphi, \theta) = \delta_0 + \delta_2 \cos 2p(\varphi - \theta) + \delta_4 \cos 4p(\varphi - \theta) + \dots \quad (6.3)$$

Dans les cas de défauts internes, les harmoniques supérieures de l'inverse d'entrefer peuvent causer la présence d'harmoniques dans les inductances de la machine. Les inductances statoriques s'expriment comme :

$$L_s(\theta) = L_0 + L_2 \cos 2p\theta + L_4 \cos 4p\theta + \dots \quad (6.4)$$

Pour étudier les harmoniques des inductances, cette machine sans amortisseur est aussi simulée par l'AFB en paramètres géométriques. Les résultats sont montrés aux figures 60~61 et on peut constater qu'il y a une concordance meilleure entre la mesure et le calcul.

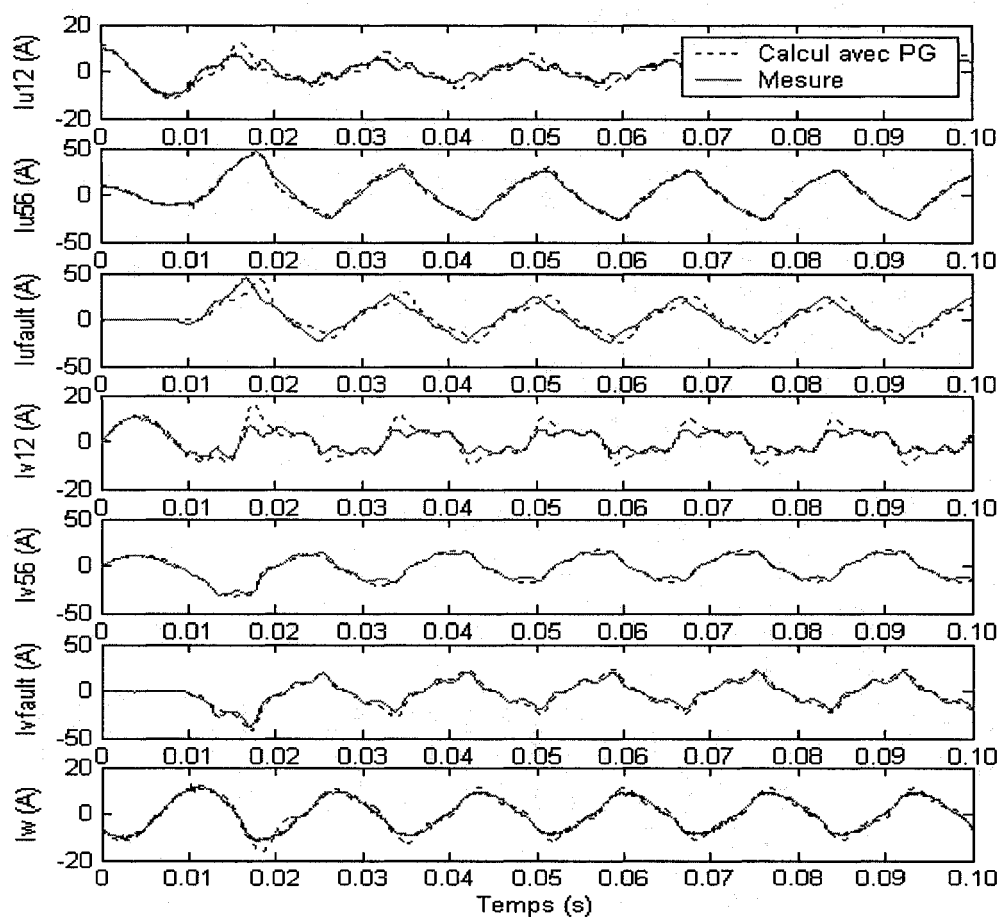


Figure 60 Courant statorique lors d'un défaut de deux phases mises à la terre avec charge en modèle de l'AFB avec paramètres géométriques (PG)

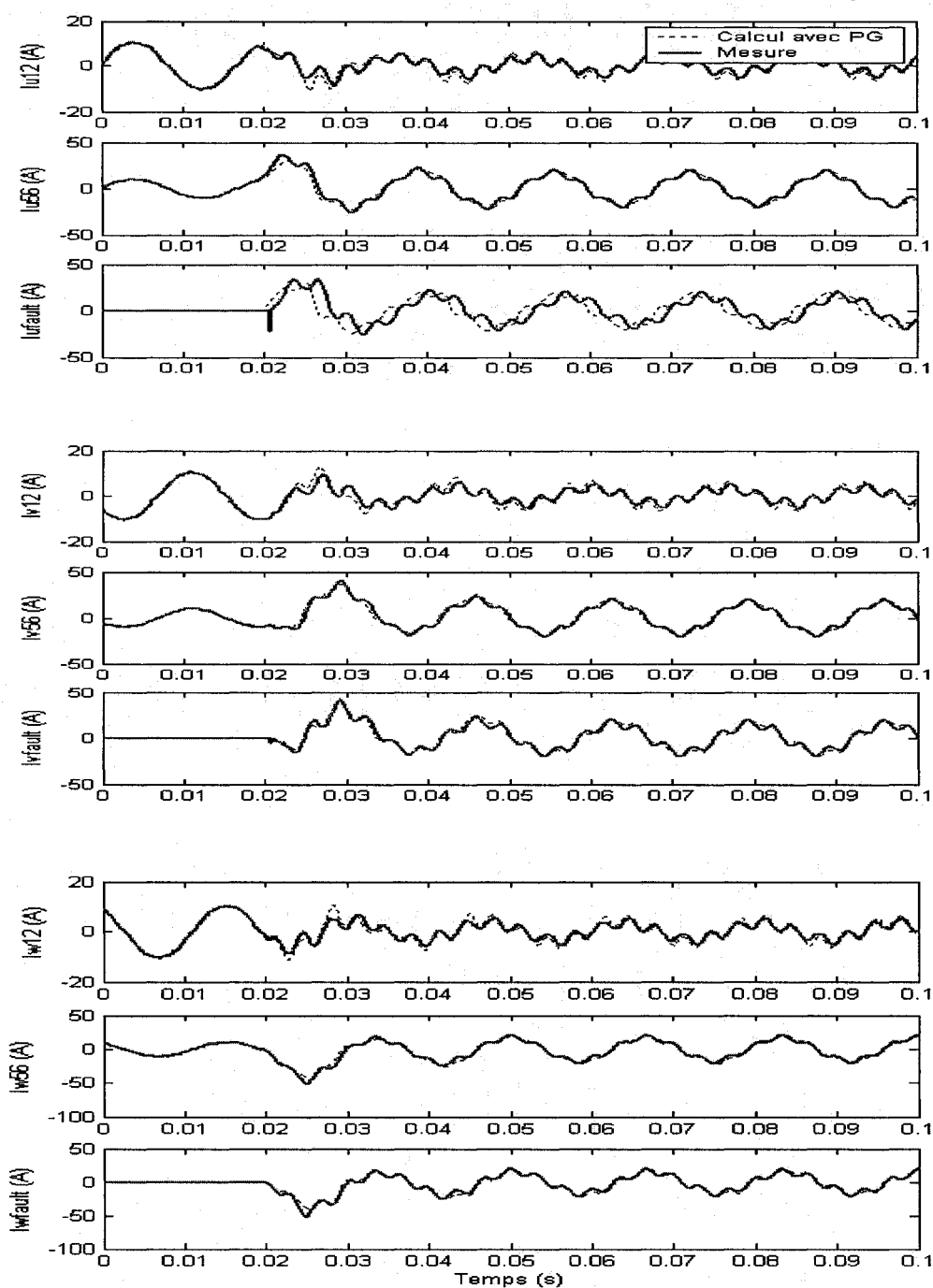


Figure 61

Courant statorique lors d'un défaut de trois phases mises à la terre avec charge en modèle de l'AFB avec paramètres géométriques (PG)

Tableau IV

Amplitudes des premières harmoniques du courant I_{ufault} lors d'un défaut de deux phases mises à la terre avec charge

	Modèle en AFB avec PE (A)	Modèle en AFB avec PG (A)	Mesure (A)
1 st	19.25	19.28	20.74
3 rd	3.21	4.49	0.08
5 th	0.48	1.42	2.162
7 th	0	0.63	2.38
9 th	0	0.13	0.12

Tableau V

Amplitudes des premières harmoniques du courant I_{ufault} lors d'un défaut de trois phases mises à la terre avec charge

	Modèle en AFB avec PE (A)	Modèle en AFB avec PG (A)	Mesure (A)
1 st	17.04	16.80	16.16
3 rd	0.68	0.01	0
5 th	0.18	1.01	0
7 th	0	1.26	0
9 th	0	3.55	5.14

Les tableaux IV~V montrent les comparaisons des amplitudes des premières harmoniques du courant I_{ufault} lors des défauts de deux phases et trois phases mise à la terre avec charge en régime permanent, en modèle AFB avec paramètres électriques (PE) et en modèle AFB avec paramètres géométriques (PG) respectivement. On peut

voir que les harmoniques des courants sont mieux représentés par le modèle AFB avec paramètres géométriques.

En comparant les résultats de simulation des trois modèles, on trouve que la solution de l'AFB en paramètres géométriques est la meilleure et la solution du modèle simplifié n'est pas très bonne. Par ailleurs, la solution de l'AFB en paramètres électriques fournit des résultats qui s'approchent de ceux obtenus par l'AFB en paramètres géométriques. Comme nous l'avons mentionné, les paramètres géométriques de la machine et la distribution réelle des enroulements de l'amortisseur sont très difficiles à obtenir, la modélisation par l'AFB en paramètres géométriques n'est pas pratique pour toutes les machines synchrones. Par contre, la modélisation par l'AFB en paramètres électriques est un bon choix pour simuler les défauts internes car cette approche nous donne une bonne solution et ne nécessite que les paramètres électriques de la machine et le schéma de bobinage statorique.

CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS

Un défaut interne dans les enroulements statoriques de la machine synchrone est considéré très sévère car il génère des courants élevés dans la machine dont les effets peuvent endommager les enroulements et parfois même les parties mécaniques de la machine telles que l'arbre et les paliers. Le temps de réparation pour une machine endommagée coûte très cher. Afin de minimiser les conséquences causées par les défauts statoriques, il est indispensable de faire appel à la maintenance préventive. Le système de surveillance, de diagnostic ou de surveillance de la variance des paramètres de la machine synchrone est une partie importante du programme de la maintenance préventive. Ce système nécessite une base de données sur les comportements du générateur sous les conditions de défauts internes, qui peut être obtenue par la simulation de modèles fiables et précis.

Dans les cas de défauts externes où les enroulements statoriques sont considérés toujours à distribution sinusoïdale et symétrique, la modélisation de la machine peut être réalisée par le changement des contraintes externes des modèles classiques de Park. Les défauts internes offrent des nouvelles problématiques liées principalement au changement de la connexion à l'intérieur des enroulements. La première problématique consiste au changement de la distribution d'enroulement à cause des courants différents circulant dans l'enroulement défectueux. La deuxième problématique est le changement du nombre de phases (ou enroulements) dû à la rupture de l'enroulement au niveau du défaut. Ces deux caractéristiques sont au centre de la modélisation des défauts internes et ne se conforment pas aux hypothèses simplificatrices de la théorie de Park.

Dans cette thèse, l'effort principal a été dirigé directement vers l'élaboration des modèles pour simuler les divers types de défauts internes des enroulements statoriques de la machine synchrone. Trois modèles, soit le modèle simplifié basé sur la technique de partitionnement d'enroulement, le modèle par l'approche de la fonction de bobinage

(AFB) en paramètres géométriques, le modèle par l'AFB en paramètres mesurés ont été proposés et validés à l'aide d'un banc d'essai expérimental.

Basé sur la technique de partitionnement d'enroulement à distribution sinusoïdale, un modèle simplifié est d'abord proposé en utilisant les paramètres électriques de la machine. La machine est représentée par un système couplé constitué de neuf enroulements. Les défauts internes sont réalisés par la connexion des sous-enroulements. Ce modèle utilise uniquement les paramètres électriques fournis par le fabricant et est facile à implanter dans des programmes de simulation. Mais les résultats de simulation sont approximatifs car les enroulements de la machine ne sont jamais à distribution sinusoïdale, surtout pour les sous-enroulements.

En fait, les défauts internes rendent la distribution de l'enroulement arbitraire. Donc les harmoniques d'espace, même les sous-harmoniques d'espace, apparaissent au niveau de l'entrefer. Après l'analyse des harmoniques d'espace dues au défaut interne de l'enroulement statorique et de l'effet des harmoniques d'espace sur les inductances de la machine, cette thèse présente une nouvelle approche de détermination des inductances de l'enroulement à distribution arbitraire en utilisant les paramètres géométriques de la machine. Cette méthode est très simple, efficace et très performante. Cette méthode représente, en fait, la principale contribution de ce travail.

La méthode proposée se base sur la théorie de fonction de bobinage. Les harmoniques d'espace d'un enroulement sont représentées par sa fonction de bobinage. Les ondes complètes de la fonction de bobinage et de la fonction de spires sont utilisées, donc toutes les harmoniques d'espace sont incluses dans le calcul des inductances.

Malheureusement, cette approche nécessite des paramètres géométriques de la machine synchrone qui sont souvent difficiles à obtenir. De plus, la modélisation des enroulements de l'amortisseur est aussi difficile car on ne connaît pas la distribution

réelle des enroulements amortisseurs. Donc, il est un peu difficile d'appliquer la nouvelle approche sur tous les types des machines synchrones.

Pour supprimer les paramètres géométriques dans le calcul des inductances de la machine, on prend l'hypothèse simplificatrice que les harmoniques supérieures causées par la forme du rotor sont négligées, comme dans les modèles classiques de la machine. Une autre équation de calcul des inductances des enroulements arbitraires est proposée. Cette équation utilise uniquement les paramètres électriques et le schéma de bobinage de la machine. Les inductances relatives aux enroulements statoriques sont calculées par cette équation, tandis que les paramètres des enroulements rotoriques sont convertis à partir des paramètres électriques. Cette approche n'a pas de limitation pour la distribution des enroulements pour les enroulements statoriques, donc tous les types de défauts internes, soit entre une, deux ou trois phases et la terre, soit entre deux phases, ou même entre deux spires d'une même phase, peuvent être modélisés. C'est une autre contribution importante de ce travail.

Les trois méthodes sont validées à l'aide d'un montage expérimental sur une génératrice. En comparant les résultats de simulation avec les résultats expérimentaux, on trouve que la solution de l'AFB en paramètres géométriques est la meilleure et la solution du modèle simplifié n'est pas très bonne, tandis que la solution de l'AFB en paramètres mesurés se rapproche de celle fournie par l'AFB en paramètres géométriques. Comme nous l'avons mentionné, les paramètres géométriques de la machine et la distribution réelle des enroulements d'amortisseur sont très difficiles à obtenir, la modélisation par l'AFB en paramètres géométriques n'est pas pratique pour toutes les machines synchrones. Par contre, la modélisation par l'AFB en paramètres électriques est un bon compromis pour simuler des défauts internes car cette approche nous donne une bonne solution et ne nécessite que les paramètres mesurés de la machine et le schéma de bobinage statorique.

En outre, dans cette thèse, le développement d'un modèle *abc* de la machine synchrone en paramètres mesurés et la démonstration de la présence des sous-harmoniques aux cas de défauts internes sont aussi des travaux originaux.

Les méthodes de calcul des inductances par l'AFB et l'approche pour établir les modèles des défauts internes de la machine synchrone, présenté dans ce document, sont très générales. Basé sur ce travail, il est donc recommandé de :

- 1) Modéliser des défauts internes de l'enroulement d'inducteur ou des barres cassées de l'amortisseur de la machine synchrone, si les paramètres géométriques de la machine sont connus. Le défaut de court-circuit entre spires d'inducteur du rotor est commun et peut être modélisé par l'AFB en paramètres géométriques présentés dans le chapitre 4.
- 2) Développer un logiciel de simulation de défauts internes de la machine synchrone, qui peut s'adapter à tous les types de machines existantes. L'algorithme pouvant présenter les divers types de bobinage de la machine synchrone est la clé pour réaliser un tel logiciel.
- 3) Étudier l'effet de saturation magnétique sur le comportement de la machine sous les conditions des défauts internes. Les modèles présentés dans ce document sont des modèles linéaires où la saturation du fer est négligée. En fait, sous les conditions des défauts internes, les courants élevés vont faire saturer la machine. Le phénomène de la saturation magnétique en cas de défauts internes est très compliqué à cause de l'asymétrie entre les enroulements de la machine. La modélisation par éléments finis est nécessaire.

ANNEXE 1

CALCUL DES PARAMÈTRES FONDAMENTAUX DE LA MACHINE SYNCHRONE À PARTIR DES PARAMÈTRES STANDARDS

Les paramètres de la machine synchrone utilisés dans notre modèle de simulation sont définies comme étant les résistances et les inductances du schéma équivalent. Ces paramètres sont dits fondamentaux. Il existe une autre façon de paramétrer la machine synchrone. Ce deuxième ensemble de paramètres est habituellement appelé paramètres standards. Au lieu de définir des résistances et des inductances, on définit des réactances et des constantes de temps. Le principal avantage des paramètres standards est qu'ils s'obtiennent directement par mesure en effectuant divers essais sur la machine synchrone. Les données de la machine synchrone fournies par le fabricant sont généralement en paramètres standard. Puisque notre modèle est implanté en utilisant le schéma correspondant aux paramètres fondamentaux, les paramètres standards doivent être traduits en paramètres fondamentaux.

Les inductances des enroulements peuvent être calculées à partir des réactances mesurées de la machine (Ong, 1998) :

$$L_{\ell s} = \frac{x_{\ell s}}{\omega_b} \quad (\text{A1.1})$$

$$L_{md} = \frac{x_{md}}{\omega_b} = \frac{x_d - x_{\ell s}}{\omega_b} \quad (\text{A1.2})$$

$$L_{mq} = \frac{x_{mq}}{\omega_b} = \frac{x_q - x_{\ell s}}{\omega_b} \quad (\text{A1.1})$$

$$L'_{\ell fd} = \frac{x'_{\ell fd}}{\omega_b} = \frac{1}{\omega_b} \frac{x_{md}(x'_d - x_{\ell s})}{x_{md} - (x'_d - x_{\ell s})} \quad (\text{A1.3})$$

$$L'_{\ell kd} = \frac{x'_{\ell kd}}{\omega_b} = \frac{1}{\omega_b} \frac{(x''_d - x_{\ell s})x_{md}x'_{\ell fd}}{x'_{\ell fd}x_{md} - (x''_d - x_{\ell s})(x_{md} + x'_{\ell fd})} \quad (\text{A1.4})$$

$$L'_{\ell kq} = \frac{x'_{\ell kq}}{\omega_b} = \frac{1}{\omega_b} \frac{(x''_q - x_{\ell s})x_{md}}{x_{mq} - (x''_q - x_{\ell s})} \quad (\text{A1.5})$$

La résistance de la phase statorique est normalement fournie par le fabricant. Les résistances des enroulements rotoriques sont déterminées par les constants de temps de

la machine. Si les constantes de temps en circuit ouvert sont fournies, les résistances rotoriques sont calculées par :

$$R'_{fd} = \frac{1}{\omega_b T'_{do}} (x'_{efd} + x_{md}) \quad (\text{A1.6})$$

$$R'_{kd} = \frac{1}{\omega_b T''_{do}} (x'_{ekd} + x'_d - x_{\ell s}) \quad (\text{A1.7})$$

$$R'_{kq} = \frac{1}{\omega_b T''_{qo}} (x'_{ekq} + x_{mq}) \quad (\text{A1.8})$$

Ou bien, si les constantes de temps en court-circuit sont fournies, les résistances rotoriques sont calculées par :

$$R'_{fd} = \frac{1}{\omega_b T'_d} \left(x'_{efd} + \frac{x_{md} x_{\ell s}}{x_{md} + x_{\ell s}} \right) \quad (\text{A1.9})$$

$$R'_{kd} = \frac{1}{\omega_b T'_d} \left(x'_{ekd} + \frac{x_{md} x_{\ell s} x'_{efd}}{x_{md} x_{\ell s} + x_{md} x'_{efd} + x_{\ell s} x'_{efd}} \right) \quad (\text{A1.10})$$

$$R'_{kq} = \frac{1}{\omega_b T''_q} \left(x'_{ekq} + \frac{x_{mq} x_{\ell s}}{x_{mq} + x_{\ell s}} \right) \quad (\text{A1.11})$$

ANNEXE 2

ÉLÉMENTS DES MATRICES DES INDUCTANCES DE LA MACHINE SYNCHRONES À ENROULEMENTS PARTITIONNÉS

À partir des équations (3.16), (3.19), (3.22), les expressions des éléments des matrices d'inductance de la machine à enroulement partitionnées sont résumées ci-dessous.

Pour les éléments de la matrice $[L_{ss}]$ d'inductance statorique, on a :

$$L_{11}(\theta) = L_{1l} + K_M w_1^2 \frac{P_d + P_q}{2} + K_M w_1^2 \frac{P_d - P_q}{2} \cos 2(\theta - \gamma_1)$$

$$L_{12}(\theta) = K_M w_1 w_2 \frac{P_d + P_q}{2} \cos(\gamma_1 - \gamma_2) + K_M w_1 w_2 \frac{P_d - P_q}{2} \cos 2(\theta - \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2})$$

$$L_{13}(\theta) = K_M w_1 w_3 \frac{P_d + P_q}{2} \cos(\gamma_1 - \gamma_3 - \frac{2\pi}{3}) + K_M w_1 w_3 \frac{P_d - P_q}{2} \cos 2(\theta - \frac{\gamma_1 + \gamma_3}{2} - \frac{\pi}{3})$$

$$L_{14}(\theta) = K_M w_1 w_4 \frac{P_d + P_q}{2} \cos(\gamma_1 - \gamma_4 - \frac{2\pi}{3}) + K_M w_1 w_4 \frac{P_d - P_q}{2} \cos 2(\theta - \frac{\gamma_1 + \gamma_4}{2} - \frac{\pi}{3})$$

$$L_{15}(\theta) = K_M w_1 w_5 \frac{P_d + P_q}{2} \cos(\gamma_1 - \gamma_5 + \frac{2\pi}{3}) + K_M w_1 w_5 \frac{P_d - P_q}{2} \cos 2(\theta - \frac{\gamma_1 + \gamma_5}{2} + \frac{\pi}{3})$$

$$L_{16}(\theta) = K_M w_1 w_6 \frac{P_d + P_q}{2} \cos(\gamma_1 - \gamma_6 + \frac{2\pi}{3}) + K_M w_1 w_6 \frac{P_d - P_q}{2} \cos 2(\theta - \frac{\gamma_1 + \gamma_6}{2} + \frac{\pi}{3})$$

$$L_{21}(\theta) = L_{12}(\theta)$$

$$L_{22}(\theta) = L_{2l} + K_M w_2^2 \frac{P_d + P_q}{2} + K_M w_2^2 \frac{P_d - P_q}{2} \cos 2(\theta - \gamma_2)$$

$$L_{23}(\theta) = K_M w_2 w_3 \frac{P_d + P_q}{2} \cos(\gamma_2 - \gamma_3 - \frac{2\pi}{3}) + K_M w_2 w_3 \frac{P_d - P_q}{2} \cos 2(\theta - \frac{\gamma_2 + \gamma_3}{2} - \frac{\pi}{3})$$

$$L_{24}(\theta) = K_M w_2 w_4 \frac{P_d + P_q}{2} \cos(\gamma_2 - \gamma_4 - \frac{2\pi}{3}) + K_M w_2 w_4 \frac{P_d - P_q}{2} \cos 2(\theta - \frac{\gamma_2 + \gamma_4}{2} - \frac{\pi}{3})$$

$$L_{25}(\theta) = K_M w_2 w_5 \frac{P_d + P_q}{2} \cos(\gamma_2 - \gamma_5 + \frac{2\pi}{3}) + K_M w_2 w_5 \frac{P_d - P_q}{2} \cos 2(\theta - \frac{\gamma_2 + \gamma_5}{2} + \frac{\pi}{3})$$

$$L_{26}(\theta) = K_M w_2 w_6 \frac{P_d + P_q}{2} \cos(\gamma_2 - \gamma_6 + \frac{2\pi}{3}) + K_M w_2 w_6 \frac{P_d - P_q}{2} \cos 2(\theta - \frac{\gamma_2 + \gamma_6}{2} + \frac{\pi}{3})$$

$$L_{31}(\theta) = L_{13}(\theta)$$

$$L_{32}(\theta) = L_{23}(\theta)$$

$$L_{33}(\theta) = L_{3l} + K_M w_3^2 \frac{P_d + P_q}{2} + K_M w_3^2 \frac{P_d - P_q}{2} \cos 2(\theta - \gamma_3 - \frac{2\pi}{3})$$

$$L_{34}(\theta) = K_M w_3 w_4 \frac{P_d + P_q}{2} \cos(\gamma_3 - \gamma_4) + K_M w_3 w_4 \frac{P_d - P_q}{2} \cos 2(\theta - \frac{\gamma_3 + \gamma_4}{2} - \frac{2\pi}{3})$$

$$L_{35}(\theta) = K_M w_3 w_5 \frac{P_d + P_q}{2} \cos(\gamma_3 - \gamma_5 + \frac{4\pi}{3}) + K_M w_3 w_5 \frac{P_d - P_q}{2} \cos 2(\theta - \frac{\gamma_3 + \gamma_5}{2})$$

$$L_{36}(\theta) = K_M w_3 w_6 \frac{P_d + P_q}{2} \cos(\gamma_3 - \gamma_6 + \frac{4\pi}{3}) + K_M w_3 w_6 \frac{P_d - P_q}{2} \cos 2(\theta - \frac{\gamma_3 + \gamma_6}{2})$$

$$L_{41}(\theta) = L_{14}(\theta)$$

$$L_{42}(\theta) = L_{24}(\theta)$$

$$L_{43}(\theta) = L_{34}(\theta)$$

$$L_{44}(\theta) = L_{4l} + K_M w_4^2 \frac{P_d + P_q}{2} + K_M w_4^2 \frac{P_d - P_q}{2} \cos 2(\theta - \gamma_4 - \frac{2\pi}{3})$$

$$L_{45}(\theta) = K_M w_4 w_5 \frac{P_d + P_q}{2} \cos(\gamma_4 - \gamma_5 + \frac{4\pi}{3}) + K_M w_4 w_5 \frac{P_d - P_q}{2} \cos 2(\theta - \frac{\gamma_4 + \gamma_5}{2})$$

$$L_{46}(\theta) = K_M w_4 w_6 \frac{P_d + P_q}{2} \cos(\gamma_4 - \gamma_6 + \frac{4\pi}{3}) + K_M w_4 w_6 \frac{P_d - P_q}{2} \cos 2(\theta - \frac{\gamma_4 + \gamma_6}{2})$$

$$L_{51}(\theta) = L_{15}(\theta)$$

$$L_{52}(\theta) = L_{25}(\theta)$$

$$L_{53}(\theta) = L_{35}(\theta)$$

$$L_{54}(\theta) = L_{45}(\theta)$$

$$L_{55}(\theta) = L_{5l} + K_M w_5^2 \frac{P_d + P_q}{2} + K_M w_5^2 \frac{P_d - P_q}{2} \cos 2(\theta - \gamma_5 + \frac{2\pi}{3})$$

$$L_{56}(\theta) = K_M w_5 w_6 \frac{P_d + P_q}{2} \cos(\gamma_5 - \gamma_6) + K_M w_5 w_6 \frac{P_d - P_q}{2} \cos 2(\theta - \frac{\gamma_5 + \gamma_6}{2} + \frac{2\pi}{3})$$

$$L_{61}(\theta) = L_{16}(\theta)$$

$$L_{62}(\theta) = L_{26}(\theta)$$

$$L_{63}(\theta) = L_{36}(\theta)$$

$$L_{64}(\theta) = L_{46}(\theta)$$

$$L_{65}(\theta) = L_{56}(\theta)$$

$$L_{66}(\theta) = L_{61} + K_M w_6^2 \frac{P_d + P_q}{2} + K_M w_6^2 \frac{P_d - P_q}{2} \cos 2(\theta - \gamma_6 + \frac{2\pi}{3})$$

Pour les éléments de la matrice $[L_{sr}]$ des inductances entre stator et rotor, on a :

$$L_{17}(\theta) = K_M w_1 w_7 P_d \cos(\theta - \gamma_1)$$

$$L_{18}(\theta) = K_M w_1 w_8 P_d \cos(\theta - \gamma_1)$$

$$L_{19}(\theta) = K_M w_1 w_9 P_q \cos(\theta - \gamma_1 + \frac{\pi}{2})$$

$$L_{27}(\theta) = K_M w_2 w_7 P_d \cos(\theta - \gamma_2)$$

$$L_{28}(\theta) = K_M w_2 w_8 P_d \cos(\theta - \gamma_2)$$

$$L_{29}(\theta) = K_M w_2 w_9 P_q \cos(\theta - \gamma_2 + \frac{\pi}{2})$$

$$L_{37}(\theta) = K_M w_3 w_7 P_d \cos(\theta - \gamma_3 - \frac{2\pi}{3})$$

$$L_{38}(\theta) = K_M w_3 w_8 P_d \cos(\theta - \gamma_3 - \frac{2\pi}{3})$$

$$L_{39}(\theta) = K_M w_3 w_9 P_q \cos(\theta - \gamma_3 - \frac{\pi}{6})$$

$$L_{47}(\theta) = K_M w_4 w_7 P_d \cos(\theta - \gamma_4 - \frac{2\pi}{3})$$

$$L_{48}(\theta) = K_M w_4 w_8 P_d \cos(\theta - \gamma_4 - \frac{2\pi}{3})$$

$$L_{49}(\theta) = K_M w_4 w_9 P_q \cos(\theta - \gamma_4 - \frac{\pi}{6})$$

$$L_{57}(\theta) = K_M w_5 w_7 P_d \cos(\theta - \gamma_5 + \frac{2\pi}{3})$$

$$L_{58}(\theta) = K_M w_5 w_8 P_d \cos(\theta - \gamma_5 + \frac{2\pi}{3})$$

$$L_{59}(\theta) = K_M w_5 w_9 P_q \cos(\theta - \gamma_5 - \frac{5\pi}{6})$$

$$L_{67}(\theta) = K_M w_6 w_7 P_d \cos(\theta - \gamma_6 + \frac{2\pi}{3})$$

$$L_{68}(\theta) = K_M w_6 w_8 P_d \cos(\theta - \gamma_6 + \frac{2\pi}{3})$$

$$L_{69}(\theta) = K_M w_6 w_9 P_q \cos(\theta - \gamma_6 - \frac{5\pi}{6})$$

Les éléments de la matrice $[L_{rr}]$ gardent les mêmes valeurs que celles de la machine normale, soit :

$$L_{77} = L_{ffd} + K_M w_{fd}^2 P_d$$

$$L_{78} = L_{87} = K_M w_{fd} w_{kd} P_d$$

$$L_{79} = L_{97} = 0$$

$$L_{88} = L_{lkd} + K_M w_{kd}^2 P_d$$

$$L_{89} = L_{98} = 0$$

$$L_{88} = L_{\ell kq} + K_M w_{kq}^2 P_q$$

En grandeurs relatives du rotor, les inductances de la machine à enroulement partitionnées peuvent s'exprimer en paramètres connus. Pour les éléments de la matrice $[L_{ss}]$ d'inductance statorique, on a :

$$L_{11}(\theta) = L_{l1} + \left(\frac{w_1}{w_s} \right)^2 L_g + \left(\frac{w_1}{w_s} \right)^2 L_s \cos 2(\theta - \gamma_1)$$

$$L_{12}(\theta) = \frac{w_1 w_2}{w_s^2} L_g \cos(\gamma_1 - \gamma_2) + \frac{w_1 w_2}{w_s^2} L_s \cos 2\left(\theta - \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2}\right)$$

$$L_{13}(\theta) = \frac{w_1 w_3}{w_s^2} L_g \cos\left(\gamma_1 - \gamma_3 - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{w_1 w_3}{w_s^2} L_s \cos 2\left(\theta - \frac{\gamma_1 + \gamma_3}{2} - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$L_{14}(\theta) = \frac{w_1 w_4}{w_s^2} L_g \cos\left(\gamma_1 - \gamma_4 - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{w_1 w_4}{w_s^2} L_s \cos 2\left(\theta - \frac{\gamma_1 + \gamma_4}{2} - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$L_{15}(\theta) = \frac{w_1 w_5}{w_s^2} L_g \cos\left(\gamma_1 - \gamma_5 + \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{w_1 w_5}{w_s^2} L_s \cos 2\left(\theta - \frac{\gamma_1 + \gamma_5}{2} + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$L_{16}(\theta) = \frac{w_1 w_6}{w_s^2} L_g \cos\left(\gamma_1 - \gamma_6 + \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{w_1 w_6}{w_s^2} L_s \cos 2\left(\theta - \frac{\gamma_1 + \gamma_6}{2} + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$L_{21}(\theta) = L_{12}(\theta)$$

$$L_{22}(\theta) = L_{l2} + \left(\frac{w_2}{w_s} \right)^2 L_g + \left(\frac{w_2}{w_s} \right)^2 L_s \cos 2(\theta - \gamma_2)$$

$$L_{23}(\theta) = \frac{w_2 w_3}{w_s^2} L_g \cos(\gamma_2 - \gamma_3 - \frac{2\pi}{3}) + \frac{w_2 w_3}{w_s^2} L_s \cos 2\left(\theta - \frac{\gamma_2 + \gamma_3}{2} - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$L_{24}(\theta) = \frac{w_2 w_4}{w_s^2} L_g \cos(\gamma_2 - \gamma_4 - \frac{2\pi}{3}) + \frac{w_2 w_4}{w_s^2} L_s \cos 2\left(\theta - \frac{\gamma_2 + \gamma_4}{2} - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$L_{25}(\theta) = \frac{w_2 w_5}{w_s^2} L_g \cos(\gamma_2 - \gamma_5 + \frac{2\pi}{3}) + \frac{w_2 w_5}{w_s^2} L_s \cos 2\left(\theta - \frac{\gamma_2 + \gamma_5}{2} + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$L_{26}(\theta) = \frac{w_2 w_6}{w_s^2} L_g \cos(\gamma_2 - \gamma_6 + \frac{2\pi}{3}) + \frac{w_2 w_6}{w_s^2} L_s \cos 2(\theta - \frac{\gamma_2 + \gamma_6}{2} + \frac{\pi}{3})$$

$$L_{31}(\theta) = L_{13}(\theta)$$

$$L_{32}(\theta) = L_{23}(\theta)$$

$$L_{33}(\theta) = L_{3l} + \left(\frac{w_3}{w_s}\right)^2 L_g + \left(\frac{w_3}{w_s}\right)^2 L_s \cos 2(\theta - \gamma_3 - \frac{2\pi}{3})$$

$$L_{34}(\theta) = \frac{w_3 w_4}{w_s^2} L_g \cos(\gamma_3 - \gamma_4) + \frac{w_3 w_4}{w_s^2} L_s \cos 2(\theta - \frac{\gamma_3 + \gamma_4}{2} - \frac{2\pi}{3})$$

$$L_{35}(\theta) = \frac{w_3 w_5}{w_s^2} L_g \cos(\gamma_3 - \gamma_5 + \frac{4\pi}{3}) + \frac{w_3 w_5}{w_s^2} L_s \cos 2(\theta - \frac{\gamma_3 + \gamma_5}{2})$$

$$L_{36}(\theta) = \frac{w_3 w_6}{w_s^2} L_g \cos(\gamma_3 - \gamma_6 + \frac{4\pi}{3}) + \frac{w_3 w_6}{w_s^2} L_s \cos 2(\theta - \frac{\gamma_3 + \gamma_6}{2})$$

$$L_{41}(\theta) = L_{14}(\theta)$$

$$L_{42}(\theta) = L_{24}(\theta)$$

$$L_{43}(\theta) = L_{34}(\theta)$$

$$L_{44}(\theta) = L_{4l} + \left(\frac{w_4}{w_s}\right)^2 L_g + \left(\frac{w_4}{w_s}\right)^2 L_s \cos 2(\theta - \gamma_4 - \frac{2\pi}{3})$$

$$L_{45}(\theta) = \frac{w_4 w_5}{w_s^2} L_g \cos(\gamma_4 - \gamma_5 + \frac{4\pi}{3}) + \frac{w_4 w_5}{w_s^2} L_s \cos 2(\theta - \frac{\gamma_4 + \gamma_5}{2})$$

$$L_{46}(\theta) = \frac{w_4 w_6}{w_s^2} L_g \cos(\gamma_4 - \gamma_6 + \frac{4\pi}{3}) + \frac{w_4 w_6}{w_s^2} L_s \cos 2(\theta - \frac{\gamma_4 + \gamma_6}{2})$$

$$L_{51}(\theta) = L_{15}(\theta)$$

$$L_{52}(\theta) = L_{25}(\theta)$$

$$L_{53}(\theta) = L_{35}(\theta)$$

$$L_{54}(\theta) = L_{45}(\theta)$$

$$L_{55}(\theta) = L_{5l} + \left(\frac{w_5}{w_s}\right)^2 L_g + \left(\frac{w_5}{w_s}\right)^2 L_s \cos 2(\theta - \gamma_5 + \frac{2\pi}{3})$$

$$L_{56}(\theta) = \frac{w_5 w_6}{w_s^2} L_g \cos(\gamma_5 - \gamma_6) + \frac{w_5 w_6}{w_s^2} L_s \cos 2(\theta - \frac{\gamma_5 + \gamma_6}{2} + \frac{2\pi}{3})$$

$$L_{61}(\theta) = L_{16}(\theta)$$

$$L_{62}(\theta) = L_{26}(\theta)$$

$$L_{63}(\theta) = L_{36}(\theta)$$

$$L_{64}(\theta) = L_{46}(\theta)$$

$$L_{65}(\theta) = L_{56}(\theta)$$

$$L_{66}(\theta) = L_{6l} + \left(\frac{w_6}{w_s}\right)^2 L_g + \left(\frac{w_6}{w_s}\right)^2 L_s \cos 2(\theta - \gamma_6 + \frac{2\pi}{3})$$

En grandeurs relatives du rotor, pour les éléments de la matrice $[L'_{sr}]$ d'inductance statorique, on a :

$$L'_{17}(\theta) = L'_{18}(\theta) = \frac{w_1}{w_s} L_{md} \cos(\theta - \gamma_1)$$

$$L'_{19}(\theta) = \frac{w_1}{w_s} L_{mq} \cos(\theta - \gamma_1 + \frac{\pi}{2})$$

$$L'_{27}(\theta) = L'_{28}(\theta) = \frac{w_2}{w_s} L_{md} \cos(\theta - \gamma_2)$$

$$L'_{29}(\theta) = \frac{w_2}{w_s} L_{mq} \cos(\theta - \gamma_2 + \frac{\pi}{2})$$

$$L'_{37}(\theta) = L'_{38}(\theta) = \frac{w_3}{w_s} L_{md} \cos(\theta - \gamma_3 - \frac{2\pi}{3})$$

$$L'_{39}(\theta) = \frac{w_3}{w_s} L_{mq} \cos(\theta - \gamma_3 - \frac{\pi}{6})$$

$$L'_{47}(\theta) = L'_{48}(\theta) = \frac{w_4}{w_s} L_{md} \cos(\theta - \gamma_4 - \frac{2\pi}{3})$$

$$L'_{49}(\theta) = \frac{w_4}{w_s} L_{mq} \cos(\theta - \gamma_4 - \frac{\pi}{6})$$

$$L'_{57}(\theta) = L'_{58}(\theta) = \frac{w_5}{w_s} L_{md} \cos(\theta - \gamma_5 + \frac{2\pi}{3})$$

$$L'_{59}(\theta) = \frac{w_5}{w_s} L_{mq} \cos(\theta - \gamma_5 - \frac{5\pi}{6})$$

$$L'_{67}(\theta) = L'_{68}(\theta) = \frac{w_6}{w_s} L_{md} \cos(\theta - \gamma_6 + \frac{2\pi}{3})$$

$$L'_{69}(\theta) = \frac{w_6}{w_s} L_{mq} \cos(\theta - \gamma_6 - \frac{5\pi}{6})$$

En grandeurs relatives du rotor, les éléments de la matrice $[L'_{rr}]$ d'inductance sont ceux de la machine normale :

$$L'_{77} = L'_{lfd} + L_{md}$$

$$L'_{78} = L'_{87} = L_{md}$$

$$L'_{88} = L'_{lkd} + L_{md}$$

$$L'_{79} = L'_{97} = L'_{89} = L'_{98} = 0$$

$$L'_{99} = L'_{lkq} + L_{mq}$$

ANNEXE 3

SIMULATION D'UN DÉFAUT DE MISE À LA TERRE D'UNE MACHINE SYNCHRONES À PLUSIEURS PARTIES PARALLÈLES PAR PHASE

L'AFB en paramètres électriques n'a pas de limitation pour la distribution des enroulements, donc il peut s'appliquer dans l'analyse de défauts internes des machines synchrones avec plusieurs parties parallèles par phase. Un défaut interne de mise à la terre d'une machine synchrone avec 4 parties parallèles par phase de 51MVA, 13.8 KV, 60Hz est simulé. Le schéma de connexion des bobinages statorique dans le cas de défaut est montré sur la figure 63. Les résultats de simulation sont montrés aux figures 64 ~67.

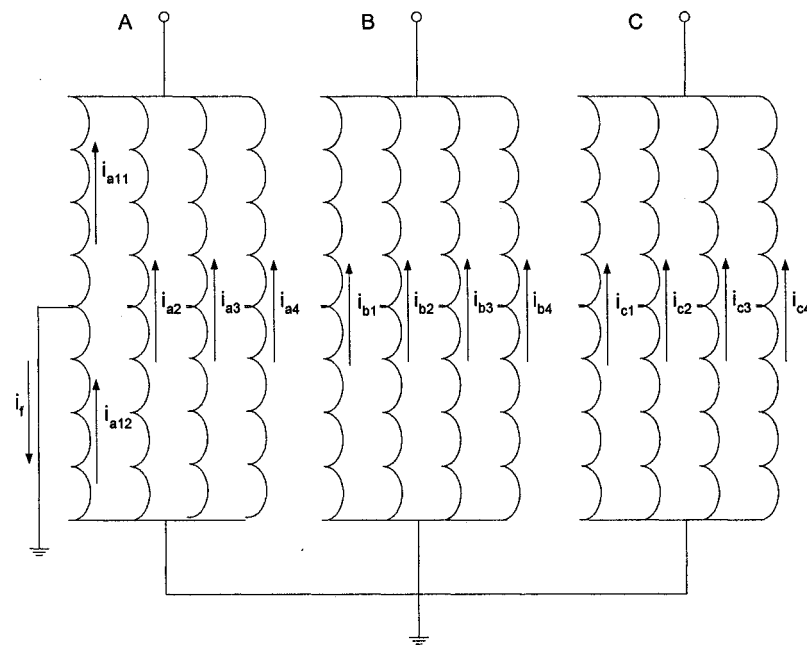


Figure 63 Défaut de mise à la terre dans une machine synchrone à 4 parties parallèles par phase

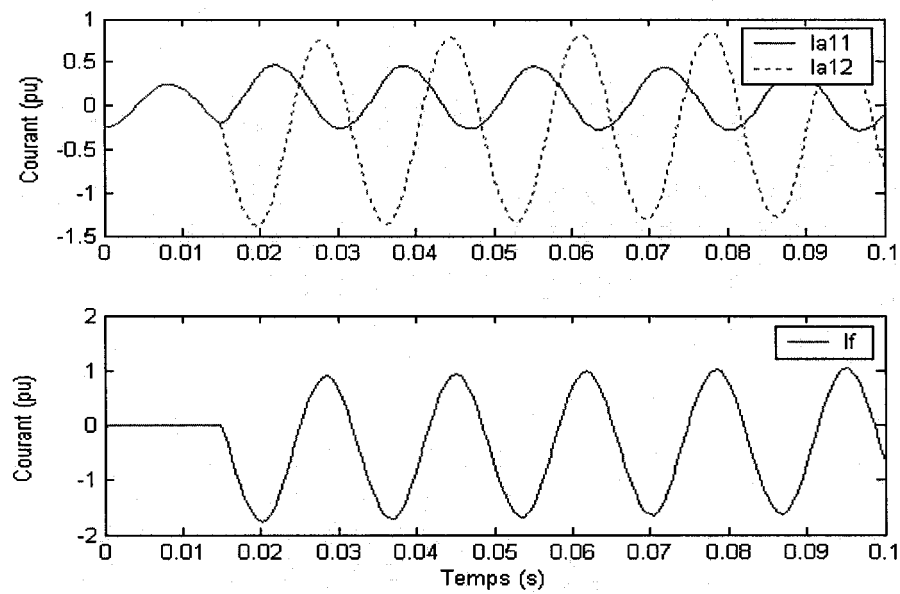


Figure 64 Courants i_{a11} et i_{a12} de la partie défectueuse et courant de mise à la terre i_f

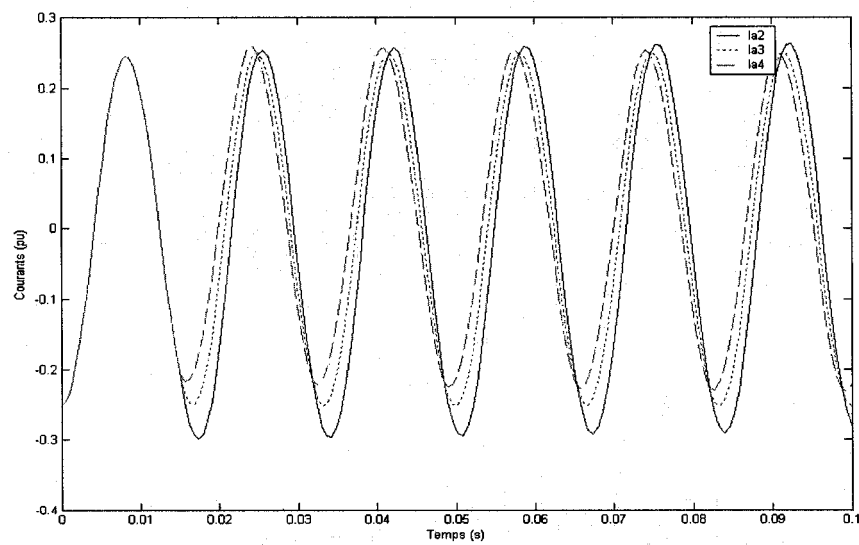


Figure 65 Courants i_{a2} , i_{a3} et i_{a4} des parties saines de la phase α

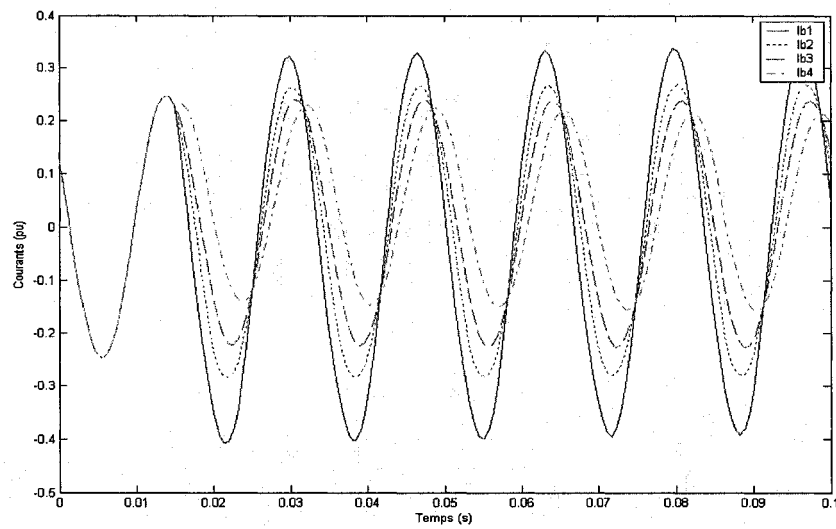


Figure 66 Courants des parties parallèles de la phase b

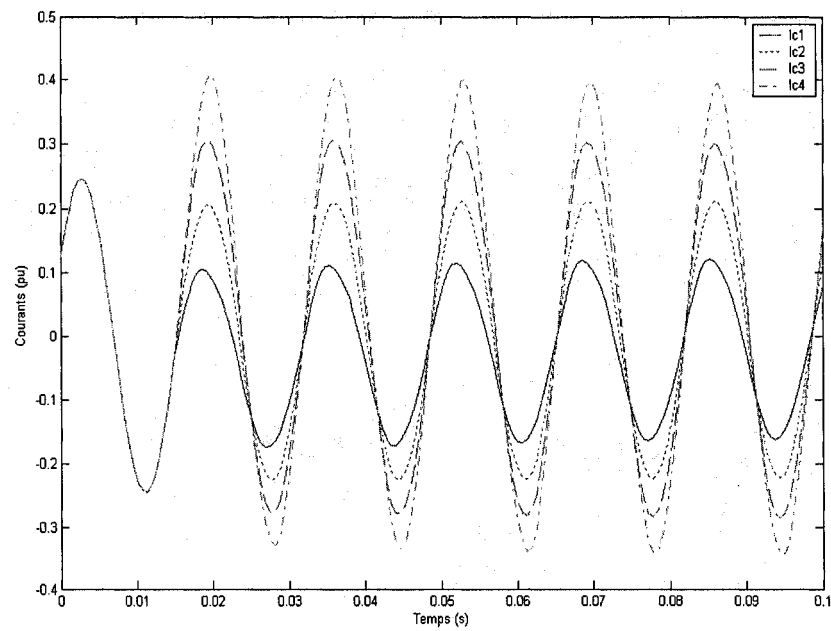


Figure 67 Courants des parties parallèles de la phase c

On peut constater que les courants dans les parties saines de la même phase sont différents après le défaut. Cela s'explique par le fait que les conducteurs des parties parallèles ont des emplacements différents, donc les couplages magnétiques entre les parties parallèles et les enroulements défectueux ne sont pas identiques. Cette caractéristique ne peut pas être montrée par les autres approches existantes.

BIBLIOGRAPHIE

- Abdel-Halim, M. A., & Manning, C. D. (1990). Direct phase modelling of synchronous generators. *Electric Power Applications, IEE Proceedings B [see also IEE Proceedings-Electric Power Applications]*, 137(4), 239-247.
- Adkins, B., & Harley, R. G. (1975). *The general theory of alternating current machines application to practical problems*. London, Angleterre: Chapman and Hall.
- Alger, P. L. (1970). *Induction machines* (2^e ed.): Gordon and Breach.
- Al-Nuaim, N. A., & Toliyat, H. (1998). A novel method for modeling dynamic air-gap eccentricity in synchronous machines based on modified winding function theory. *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, 13(2), 156-162.
- Barret, P. (1982). *Regimes transitoires des machines tournantes electriques*. Paris: Eyrolles.
- Benbouzid, M. E. H., Reyne, G., Derou, S., & Foggia, A. (1993). Finite element modeling of a synchronous machine: electromagnetic forces and mode shapes. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 29(2), 2014-2018.
- Bossio, G., De Angelo, C., Solsona, J., Garcia, G., & Valla, M. I. (2004). A 2-D model of the induction machine: an extension of the modified winding function approach. *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, 19(1), 144-150.
- Chatelain, J. (1983). *Machines electriques*. Lausanne, Suisse: Presses polytechniques romandes.
- Clark, H. K., & Feltes, J. W. (1989). Industrial and cogeneration protection problems requiring simulation. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 25(4), 766-775.
- Dandeno, P. L., Karmaker, H. C., Azuaje, C., Glinkowski, M., Kamwa, I., Salon, S. J., et al. (1999). Experience with standstill frequency response (SSFR) testing and analysis of salient pole synchronous machines. *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, 14(4), 1209-1217.
- Dommel, H. W. (1992). *EMTP Theory Book*. Vancouver, Canada: Microtran Power System Analysis Corporation.
- Faiz, J., Ardekane, I. T., & Toliyat, H. A. (2003). An evaluation of inductances of a squirrel-cage induction motor under mixed eccentric conditions. *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, 18(2), 252-258.

- Gojko, J. M., Momir, D. D., & Aleksandar, O. B. (1999). Skew and linear rise of MMF across slot modelling-winding function approach. *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, 14(3), 315-320.
- Han, Y., & Song, Y. H. (2003). Condition monitoring techniques for electrical equipment-a literature survey. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, 18(1), 4-13.
- Hancock, N. N. (1974). *Matrix analysis of electrical machinery* (2nd ed.). Oxford, Angleterre: Pergamon Press.
- Henderson, D. S., Lothian, K., & Priest, J. (1998). *PC based monitoring and fault prediction for small hydroelectric plants*. Paper presented at the Power Station Maintenance - Profitability Through Reliability, 1998. First IEE/IMEchE International Conference on (Conf. Publ. No. 452).
- Houdouin, G., Barakat, G., Dakyo, B., & Destobbeleer, E. (2003). *A winding function theory based global method for the simulation of faulty induction machines*. Paper presented at the Electric Machines and Drives Conference, 2003. IEMDC'03. IEEE International.
- Hwang, H. H. (1965). Unbalance operation of a.c machines. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, PAS-84(8), 1054-1066.
- Jiang, H., Aggarwal, R., Weller, G., Ball, S., & Denning, L. (1999). *A new approach to synchronous generator internal fault simulation using combined winding function theory and direct phase quantities*. Paper presented at the Electrical Machines and Drives, 1999. Ninth International Conference on (Conf. Publ. No. 468).
- Joksimovic, G. M., Durovic, M. D., Penman, J., & Arthur, N. (2000). Dynamic simulation of dynamic eccentricity in induction machines-finding function approach. *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, 15(2), 143-148.
- Joksimovic, G. M., & Penman, J. (2000). The detection of inter-turn short circuits in the stator windings of operating motors. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 47(5), 1078-1084.
- Kamwa, I., Viarouge, P., & Dickinson, E. J. (1991). Identification of generalized models of synchronous machines from time-domain tests. *Generation, Transmission and Distribution [see also IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution]*, IEE Proceedings C, 138(6), 485-498.
- Karmaker, H. C. (2000). *Practical design applications of time-stepping finite element analysis to salient-pole synchronous machines*. Paper presented at the Power Engineering Society Winter Meeting, 2000. IEEE.

- Kinitsky, V. A. (1968). Digital computer calculation of internal fault currents in a synchronous machine. *Power Apparatus and systems, IEEE Transactions on*, 87(8), 1675-1679.
- Krause, P. C., Wasynczuk, O., & Sudhoff, S. D. (2002). *Analysis of electric machinery and drive systems* (2nd ed.). Piscataway, NJ New York: IEEE Press ; Wiley-Interscience.
- Kundur, P., Balu, N. J., & Lauby, M. G. (1994). *Power system stability and control*. New York: McGraw-Hill.
- Lesenne, J., Notelet, F., & Séguier, G. (1981). *Introduction a l'electrotechnique approfondie*. Paris: Technique et documentation-Lavoisier.
- Luo, X., Liao, Y., Toliyat, H. A., El-Antably, A., & Lipo, T. A. (1995). Multiple coupled circuit modeling of induction machines. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 31(2), 311-318.
- Manning, C. D., & Halim, M. A. A. (1988). New dynamic inductance concept and its application to synchronous machine modelling. *Electric Power Applications, IEE Proceedings B [see also IEE Proceedings-Electric Power Applications]*, 135(5), 231-239.
- Megahed, A. I., & Malik, O. P. (1998). Synchronous generator internal fault computation and experimental verification. *Generation, Transmission and Distribution, IEE Proceedings-*, 145(5), 604-610.
- Muthumuni, D., McLaren, P. G., Dirks, E., & Pathirana, V. (2001). *A synchronous machine model to analyze internal faults*. Paper presented at the Industry Applications Conference, 2001. Thirty-Sixth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2001 IEEE.
- Nandi, S., Bharadwaj, R. M., & Toliyat, H. A. (2002). *Mixed eccentricity in three phase induction machines: analysis, simulation and experiments*. Paper presented at the Industry Applications Conference, 2002. 37th IAS Annual Meeting. Conference Record of the.
- Nasar, S. A., & Boldea, I. (1993). *Electric machines dynamics and control*. Boca Raton, Flor.: CRC Press.
- Park, R. H. (1929). Two-reaction theory of synchronous machine - generalized method of analysis, Part I. *AIEE Transaction*, 48, 716-727.

Pollock, G. B., & Lyles, J. F. (1992). Vertical hydraulic generators experience with dynamic air gap monitoring. *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, 7(4), 660-668.

SimPowerSystems (Version 4.0)(2004). The Mathwork Inc.

PSCAD/EMTDC Manual. (1994). Manitoba HVDC Research Centre.

Reichmeider, P. P., Gross, C. A., Querrey, D., Novosel, D., & Salon, S. (2000). Internal faults in synchronous machines. I. The machine model. *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, 15(4), 376-379.

Salon, S. J. (2000). *Finite Element Analysis of Electrical Machines*. Boston/London/Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Shima, K., Ide, K., & Takahashi, M. (2002). Finite-element calculation of leakage inductances of a saturated salient-pole synchronous machine with damper circuits. *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, 17(4), 463-470.

Subramaniam, P., & Malik, O. P. (1971). Digital simulation of a synchronous generator in direct-phase quantities. *IEE Proc.*, 118(1), 153-160.

Techniques de l'ingénieur. (1999). Paris: Techniques de l'ingénieur.

Toliyat, H. A., & Al-Nuaim, N. A. (1999). Simulation and detection of dynamic air-gap eccentricity in salient-pole synchronous machines. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 35(1), 86-93.

Toliyat, H. A., Arefeen, M. S., & Parlos, A. G. (1996). A method for dynamic simulation of air-gap eccentricity in induction machines. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 32(4), 910-918.

Toliyat, H. A., & Lipo, T. A. (1995). Transient analysis of cage induction machines under stator, rotor bar and end ring faults. *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, 10(2), 241-247.

Vas, P. (1993). *Parameter estimation, condition monitoring, and diagnosis of electrical machines*. Oxford, Angleterre: Clarendon Press.

Wang, X. H., Sun, Y. G., Ouyang, B., Wang, W. J., Zhu, Z. Q., & Howe, D. (2002). Transient behaviour of salient-pole synchronous machines with internal stator winding faults. *Electric Power Applications, IEE Proceedings*, 149(2), 143-151.